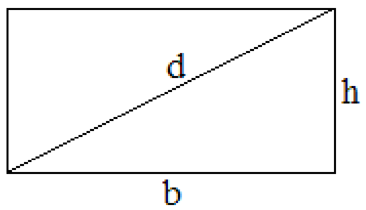
11. Geometria piana

1. Formule fondamentali

Rettangolo



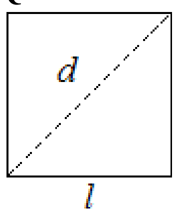
$$A = b \cdot h \qquad b = \frac{A}{h} \qquad h = \frac{A}{b}$$

$$2p = 2\cdot(b+h) \qquad p = b+h \qquad h = p-b \qquad b = p-h$$

$$d = \sqrt{b^2+h^2} \qquad b = \sqrt{d^2-h^2} \qquad h = \sqrt{d^2-b^2}$$

b = base h = altezza
d = diagonale A = area
2p = perimetro p = semiperimetro

Quadrato

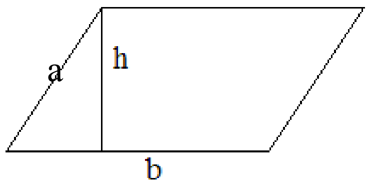


$$A = l^2 \qquad l = \sqrt{A}$$

$$d = l\sqrt{2} \qquad l = \frac{d}{\sqrt{2}}$$

l = lato d = diagonale
A = area 2p = perimetro p = semiperimetro

Parallelogramma



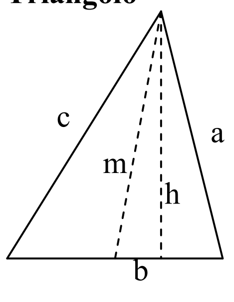
$$A = b\cdot h \qquad b = \frac{A}{h} \qquad h = \frac{A}{b}$$

$$2p = 2\cdot(b+a) \qquad b = p-a \qquad a = p-b$$

I lati opposti sono paralleli e uguali.
Gli angoli opposti sono uguali.
Gli angoli adiacenti sono supplementari.
Le diagonali si tagliano reciprocamente a metà.

b = base h = altezza
a = lato obliquo
A = area 2p = perimetro

Triangolo



$$A = \frac{b\cdot h}{2} \qquad b = \frac{2\cdot A}{h} \qquad h = \frac{2\cdot A}{b}$$

$A = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ formula di Erone

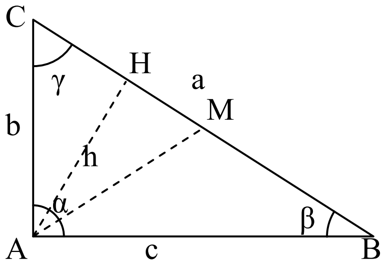
$$2p = a+b+c \qquad p = \frac{a+b+c}{2}$$

Mediana relativa al lato a è $m_a = \frac{1}{2}\sqrt{2b^2+2c^2-a^2}$

Bisettrice relativa al lato a è $l_a = \frac{2}{b+c}\sqrt{bcp(p-a)}$

a, b, c = lati h = altezza
A = area 2p = perimetro
p= semiperimetro

Triangolo rettangolo



a = ipotenusa   b = cateto   c = cateto
h = altezza relativa all'ipotenusa
AM = mediana relativa all'ipotenusa
A = area   2p = perimetro

$A=\dfrac{a\cdot h}{2}=\dfrac{c\cdot b}{2}\qquad h=\dfrac{c\cdot b}{a}\qquad$ 2p=a+b+c

Teorema di Pitagora

$a=\sqrt{b^2+c^2}\,,\ c=\sqrt{a^2-b^2}\,,\ b=\sqrt{a^2-c^2}$

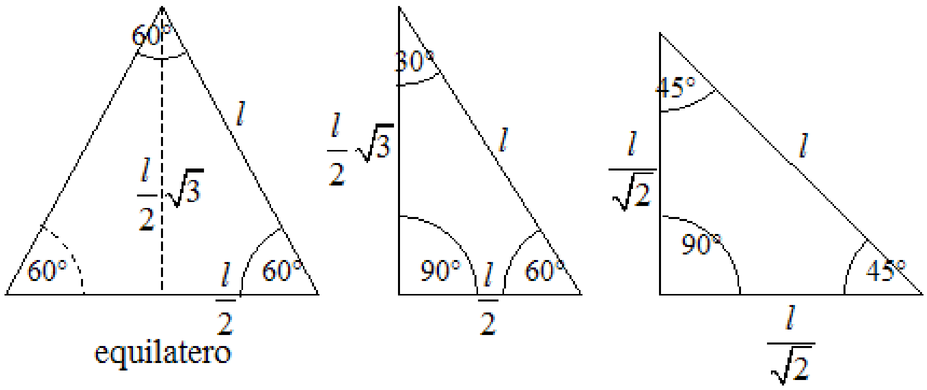
1° teorema di Euclide $\overline{AB}^2=\overline{BC}\cdot\overline{HB}\,,\ \overline{AC}^2=\overline{BC}\cdot\overline{HC}$

2° teorema di Euclide $\overline{AH}^2=\overline{BH}\cdot\overline{HC}$

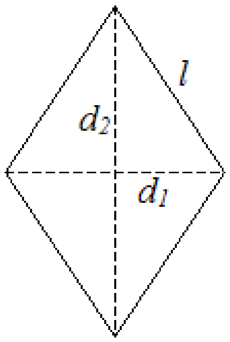
Il triangolo rettangolo è sempre inscrivibile in una semicirconferenza di diametro l'ipotenusa e raggio AM.

$\overline{AM}=\dfrac{a}{2}$

Triangoli particolari



Rombo

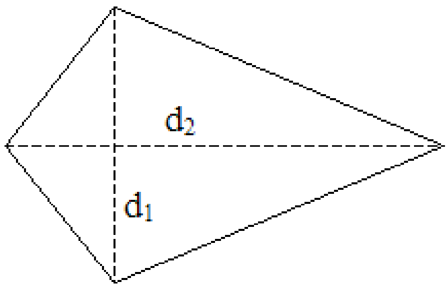


$2p=4\cdot l\qquad A=\dfrac{d_1\cdot d_2}{2}\qquad d_1=\dfrac{2A}{d_2}\qquad d_2=\dfrac{2A}{d_1}$

$l=\sqrt{\dfrac{d_1^2}{4}+\dfrac{d_2^2}{4}}\qquad r=\dfrac{d_1\cdot d_2}{4l}$

l = lato   d1, d2 = diagonali
A = area   2p = perimetro
r = raggio del cerchio inscritto

Deltoide

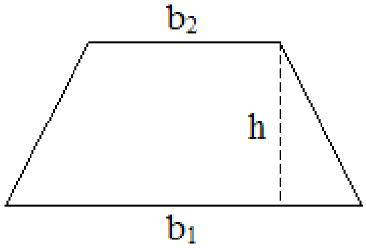


d1, d2 = diagonali, A=area

$A=\dfrac{d_1\cdot d_2}{2}\qquad d_1=\dfrac{2A}{d_2}\qquad d_2=\dfrac{2A}{d_1}$

Il deltoide ha le diagonali perpendicolari e i lati uguali a due a due.

Trapezio

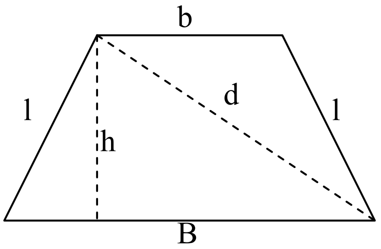


b_1 = base maggiore b_2 = base minore A = area

$$A=\frac{(b_1+b_2)\cdot h}{2} \qquad h=\frac{2A}{b_1+b_2} \qquad b_1=\frac{2A}{h}-b_2$$

$$b_2=\frac{2A}{h}-b_1$$

Trapezio isoscele

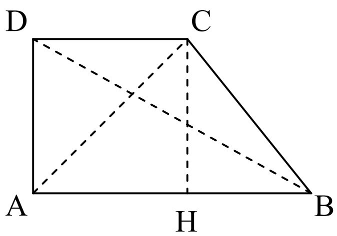


B = base maggiore, b = base minore, l = lato, h = altezza
d = diagonale, A = area, 2p = perimetro

$$A=\frac{(B+b)\cdot h}{2} \qquad 2p=2l+b+B \qquad l=\sqrt{h^2+\left(\frac{B-b}{2}\right)^2}$$

$$h=\sqrt{l^2-\left(\frac{B-b}{2}\right)^2} \qquad d=\sqrt{h^2+\left(\frac{B+b}{2}\right)^2}$$

Trapezio rettangolo



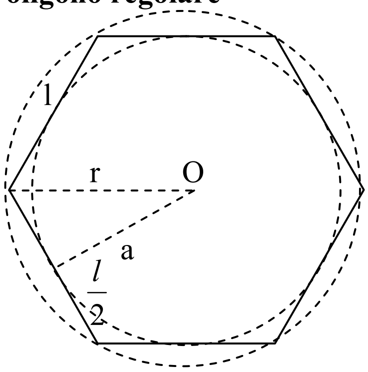
DC = base minore, AB = base maggiore, CB = lato obliquo, DA = CH = altezza, AC e DB diagonali

$$HB=AB-DC \qquad \overline{CB}=\sqrt{\overline{CH}^2+\overline{HB}^2}$$

$$\overline{DB}=\sqrt{\overline{DA}^2+\overline{AB}^2} \qquad \overline{AC}=\sqrt{\overline{DC}^2+\overline{AD}^2}$$

$$\overline{CH}=\sqrt{\overline{CB}^2-\overline{HB}^2}$$

Poligono regolare



lato triangolo equilatero $l_3=r\sqrt{3}$, lato quadrato $l_4=r\sqrt{2}$

lato pentagono regolare $l_5=r\dfrac{\sqrt{10-2\sqrt{5}}}{2}$

lato decagono regolare $l_{10}=r\dfrac{\sqrt{5}-1}{2}$

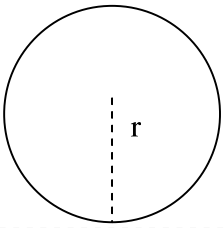
$$A=p\cdot a=\frac{1}{2}n\cdot l\cdot a=l^2\cdot f$$

$$a=l\cdot N=\frac{A}{p} \qquad 2p=n\cdot l \qquad r=\sqrt{a^2+\left(\frac{l}{2}\right)^2}$$

Ha tutti gli angoli e tutti i lati uguali.
l = lato del poligono, *n* = numero di lati
r = raggio del cerchio circoscritto,
a = apotema = raggio del cerchio inscritto,
2p = perimetro, *p* = semiperimetro,
A = area, *f* = numero fisso area,
N = numero fisso apotema

	N numero fisso apotema	*f* numero fisso area
Triangolo	0.289	0.433
Quadrato	0.5	1
pentagono	0.688	1.72
esagono	0.866	2.598
ettagono	1.038	3.634
ottagono	1.207	4.828
ennagono	1.374	6.182
decagono	1.539	7.694

Circonferenza e cerchio



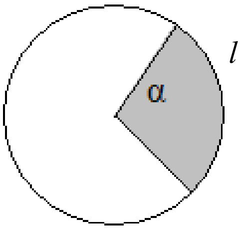
C = Circonferenza   A = area   d = diametro

$\pi \approx 3.14159265359...$

$C = 2\pi r \qquad r = \dfrac{C}{2\pi} \qquad C = \pi d \qquad \dfrac{C}{d} = \pi$

$A = \pi r^2 \qquad r = \sqrt{\dfrac{A}{\pi}}$

Settore circolare

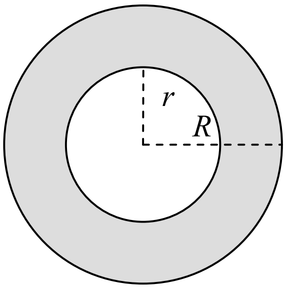


α = angolo del settore, *l* = lunghezza dell'arco

$l = \dfrac{\pi \cdot r \cdot \alpha}{180^\circ} \qquad r = \dfrac{l \cdot 180^\circ}{\pi \cdot \alpha} \qquad \alpha = \dfrac{l \cdot 180^\circ}{\pi \cdot r}$

$A = \dfrac{\pi \cdot r^2}{360^\circ} \cdot \alpha \qquad \alpha = \dfrac{A \cdot 360^\circ}{\pi \cdot r^2} \qquad r = \sqrt{\dfrac{A \cdot 360^\circ}{\pi \cdot \alpha}}$

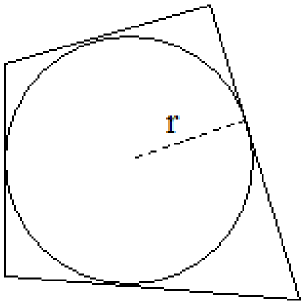
Corona circolare



r = raggio del cerchio interno,
R = raggio del cerchio esterno,
A = area

$A = \pi\left(R^2 - r^2\right)$

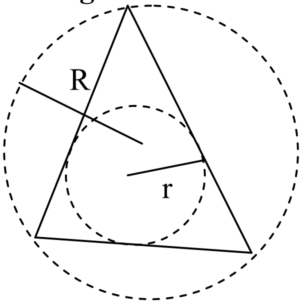
Poligono circoscritto a una circonferenza



2p = perimetro del poligono, p = semiperimetro
A = area del poligono
r = raggio del cerchio inscritto

$A = p \cdot r \qquad r = \dfrac{A}{p} \qquad 2p = \dfrac{2A}{r}$

Triangolo inscritto e cricoscritto a una circonferenza



A = area del triangolo   a, b, c lati del triangolo
R = raggio del cerchio circoscritto
r = raggio del cerchio inscritto
p = semiperimetro

$A = \dfrac{a \cdot b \cdot c}{4 \cdot R} \qquad R = \dfrac{a \cdot b \cdot c}{4 \cdot A} \qquad r = \dfrac{A}{p}$

2. Prime definizioni di geometria razionale

Enti primitivi. Gli enti primitivi della geometria sono punto, retta, piano.
Semiretta. Si chiama semiretta la parte di retta costituita da un punto di essa, detto origine della semiretta, e da tutti i punti che stanno dalla stessa parte rispetto all'origine.
Semipiano. Si dice semipiano di origine la retta r la figura formata dalla retta r e da una delle due parti in cui essa divide il piano.
Segmento. Si chiama segmento AB l'insieme dei punti A e B e di tutti quelli che stanno tra A e B.
Segmenti consecutivi. Due segmenti si dicono consecutivi se hanno in comune soltanto un estremo.
Segmenti adiacenti. Due segmenti si dicono adiacenti se sono consecutivi ed appartengono alla stessa retta.

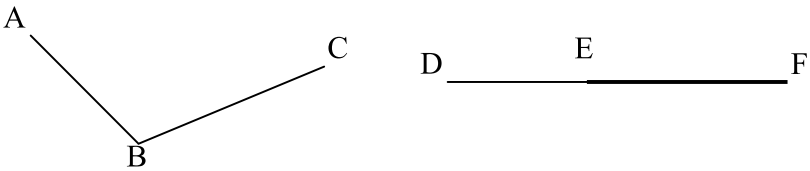
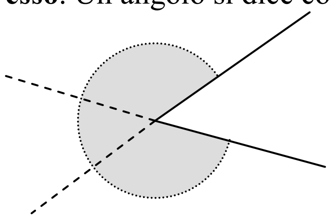


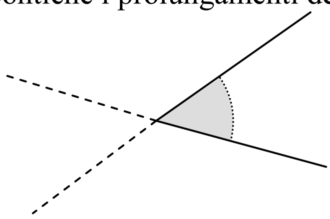
Figura 1. AB e BC sono segmenti consecuti; DE e EF sono segmenti adiacenti.

Punto medio. Si chiama punto medio di un segmento il punto interno al segmento che lo divide in due parti congruenti.

Angolo
Si dice angolo ciascuna delle due parti in cui un piano è diviso da due semirette aventi l'origine in comune; le semirette si dicono lati dell'angolo; l'origine comune alle due semirette si dice vertice dell'angolo.
Angolo concavo. Un angolo si dice concavo se contiene i prolungamenti dei suoi lati.
Angolo convesso. Un angolo si dice convesso se non contiene i prolungamenti dei suoi lati.



L'angolo in grigio è concavo poiché contiene i prolungamenti dei suoi lati



L'angolo in grigio è convesso poiché non contiene i prolungamenti dei suoi lati

Angolo piatto è quello che ha i lati che sono uno il prolungamento dell'altro.
Angolo nullo è quello costituito solo da due semirette sovrapposte.
Angolo giro è quello che ha per lati due semirette sovrapposte e che contiene tutti i punti del piano.
Angolo retto è l'angolo metà dell'angolo piatto.
Angoli consecutivi. Due angoli si dicono angoli consecutivi se hanno il vertice e un lato comune e giacciono da parte opposta rispetto al lato comune.
Angoli adiacenti. Due angoli si dicono angoli adiacenti se sono consecutivi e se i lati non comuni giacciono sulla stessa retta.

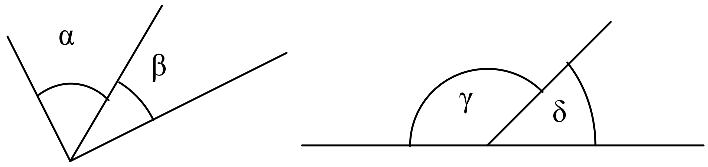


Figura 2. Gli angoli α e β sono consecutivi; gli angoli γ e δ sono adiacenti

Angoli opposti al vertice. Due angoli convessi si dicono angoli opposti al vertice se i lati del primo sono i prolungamenti dei lati dell'altro.
Bisettrice. Si dice bisettrice di un angolo la semiretta che ha origine nel vertice dell'angolo e divide l'angolo in due angoli congruenti.
Angoli complementari. Due angoli si dicono complementari se la loro somma è un angolo retto.
Angoli supplementari. Due angoli si dicono supplementari se la loro somma è un angolo piatto.
Angoli esplementari. Due angoli si dicono esplementari se la loro somma è un angolo giro.
Angolo acuto. Un angolo si dice acuto se è minore di un angolo retto.
Angolo ottuso. Un angolo si dice ottuso se è maggiore di un angolo retto.

Misura degli angoli
Sistema sessagesimale (DEG). L'unità di misura per gli angoli è il **grado**, definito come la 360^a parte dell'angolo giro. I sottomultipli del grado sono il **primo** che è la sessantesima parte di un grado (60'=1°) e il **secondo** che è la sessantesima parte del primo (60"=1').
Sistema sessadecimale (GRAD). Nel sistema sessadecimale l'unità è sempre il grado ma i suoi sottomulpli sono il decimo di grado, il centesimo di grado, ecc.
Esempio. Passare da gradi sessadecimali a sessagesimali:
$35{,}12° = 35°\ 0{,}12 \cdot 60' = 35°\ 7{,}2' = 35°\ 7'\ 0{,}2 \cdot 60'' = 35°\ 7'\ 12''$
Radianti (RAD). Un'altra unità di misura per i gradi è il radiante, definito come angolo al centro di una circonferenza tale che la misura dell'arco da esso individuato è uguale alla misura del raggio della circonferenza.
Per passare da gradi a radianti e viceversa si usa questa proporzione

$$180 : gr = \pi : rad$$

Dove *gr* è la misura in gradi dell'angolo, *rad* è la misura inradianti dello stesso angolo.

$$1 \text{ rad} = \frac{180°}{\pi} = 57{,}29578° = 57°\ 17'\ 45''$$

Esempio. Trasformare 135° in radianti. $180 : 135 = \pi : rad \quad \rightarrow \quad rad = \frac{\cancel{135}^{3}\pi}{\cancel{180}_{4}} = \frac{3}{4}\pi$

Rette complanari. Due rette si dicono complanari se appartengono a uno stesso piano.
Rette sghembe. Due rette si dicono sghembe se non appartengono a uno stesso piano.
Rette incidenti. Due rette complanari si dicono incidenti se hanno uno, e uno solo, punto in comune.
Rette parallele. Due rette complanari che non hanno nessun punto in comune si dicono parallele.
Rette perpendicolari. Due rette si dicono perpendicolari se incontrandosi formano quattro angoli retti.
Distanza punto-retta. La distanza di un punto P da una retta r è il segmento di perpendicolare condatta dal punto alla retta.
Asse di un segmento. Si dice asse di un segmento la retta perpendicolare al segmento e passante per il punto medio.

Figura concava o convessa. Una figura si dice convessa se, considerati due qualsiasi suoi punti, il segmento che li unisce è contenuto nella figura. Si dice concava se esistono almeno due punti per i quali il segmento che li unisce non è interamente contenuto nella figura.

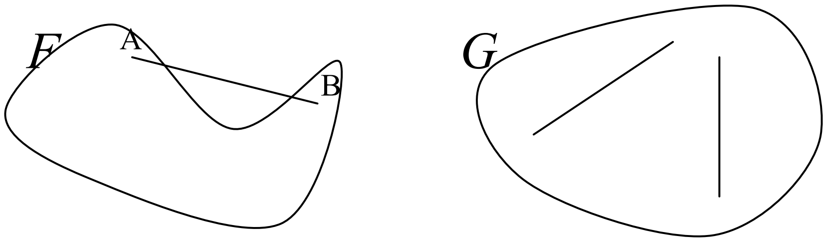
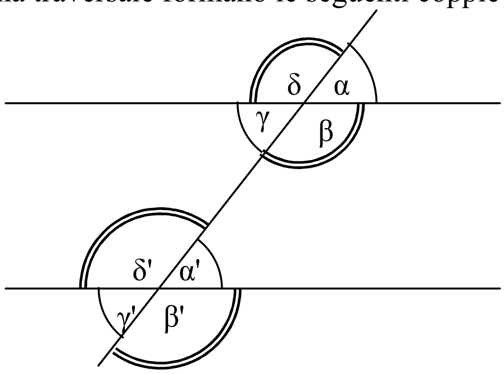


Figura 2. La figura F è concava perché il segmento che unisce i suoi punti A e B cade in parte esternamente a F; G è convessa perché tutti i suoi punti sono uniti da segmenti che cadono sempre internamente a G

Figure congruenti. Due figure si dicono congruenti quando esiste un movimento rigido che le sovrappone perfettamente.

Rette parallele tagliate da un trasversale.

Due rette parallele tagliate da una traversale formano le seguenti coppie di angoli



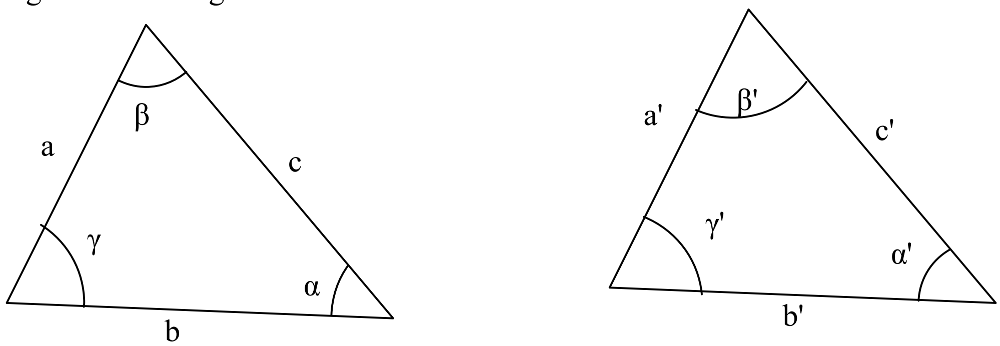
- alterni interni congruenti: $\gamma=\alpha'$; $\beta=\delta'$
- alterni esterni congruenti: $\gamma'=\alpha$; $\beta'=\delta$
- corrispondenti congruenti: $\alpha=\alpha'$; $\beta=\beta'$; $\gamma=\gamma'$; $\delta=\delta'$
- coniugati interni supplementari: $\gamma+\delta'=180°$; $\alpha'+\beta=180°$
- coniguati esterni supplementari: $\gamma'+\delta=180°$; $\alpha+\beta'=180°$

3. Triangoli

Si dice **altezza** relativa a un lato il segmento di perpendicolare al lato condotta dal vertice opposto.
Si dice **mediana** relativa a un lato il segmento che unisce il punto medio del lato con il vertice opposto.
Si dice **bisettrice** di un angolo la semiretta uscente dal vertice dell'angolo e che divide a metà l'angolo stesso.
Si dice **asse** di un lato la retta perpendicolare al lato e passante per il suo punto medio.

Criteri di congruenza dei triangoli

Dati due triangoli come in figura



1° criterio: i due triangoli sono congruenti se hanno congruenti due lati e l'angolo compreso

$$a=a';\ b=b';\ \gamma=\gamma'$$

2° criterio: i due triangoli sono congruenti se hanno congruenti un lato e i due angoli a esso adiacenti

$$\alpha=\alpha';\ \beta=\beta';\ c=c'$$

3° criterio: i due triangoli sono congruenti se hanno congruenti rispettivamente i tre lati

$$a=a';\ b=b';\ c=c'$$

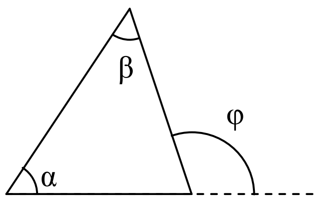
Criteri di congruenza dei triangoli rettangoli

Due triangoli rettangoli sono congruenti se hanno ordinatamente congruenti:

- due cateti;
- un cateto e un angolo acuto;
- l'ipotenusa e un angolo acuto;
- l'ipotenusa e un cateto.

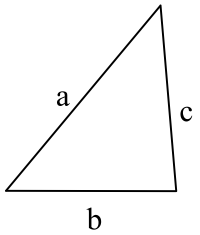
Proprietà di angoli e lati di un triangolo

- In un triangolo ogni angolo esterno è maggiore di ciascuno degli angoli interni ad esso non adiacenti.
- In un triangolo un angolo esterno è congruente alla somma dei due angoli interni a esso non adiacenti.



$$\varphi = \alpha + \beta$$

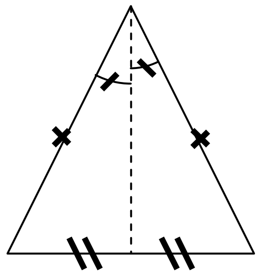
- In un triangolo la somma degli angoli interni è un angolo piatto.
- In un triangolo la somma degli angoli esterni vale 360°.
- In un triangolo con due lati disuguali, a lato maggiore è opposto angolo maggiore.
- In un triangolo con due angoli disuguali, all'angolo maggiore è opposto il lato maggiore.
- In un triangolo ciascun lato è minore della somma degli altri due e maggiore della loro differenza.



$a<b+c$, $b<a+c$, $c<a+b$
$a>|b-c|$, $b>|a-c|$, $c>|b-a|$

- In un triangolo rettangolo gli angoli acuti sono complementari.
- Se per il punto medio di un lato si traccia la parallela ad un altro lato, essa taglia il terzo lato nel suo punto medio.
- Congiungendo due punti medi di due lati di un triangolo si ottiene un segmento parallelo al terzo lato e congruente alla sua metà.

Proprietà del triangolo isoscele



Definizione. Un triangolo che ha due lati congruenti si dice isoscele.

- In un triangolo isoscele gli angoli adiacenti alla base sono congruenti.
- In un triangolo isoscele la bisettrice dell'angolo al vertice è mediana e altezza.

Punti notevoli di un triangolo

Gli assi dei lati di un triangolo si incontrano in uno stesso punto detto **circocentro**.
Le bisettrici degli angoli interni di un triangolo passano per uno stesso punto detto **incentro**.
Le altezze di un triangolo si incontrano in uno stesso punto detto **ortocentro**.
Le mediane di un triangolo si incontrano in uno stesso punto detto **baricentro**.

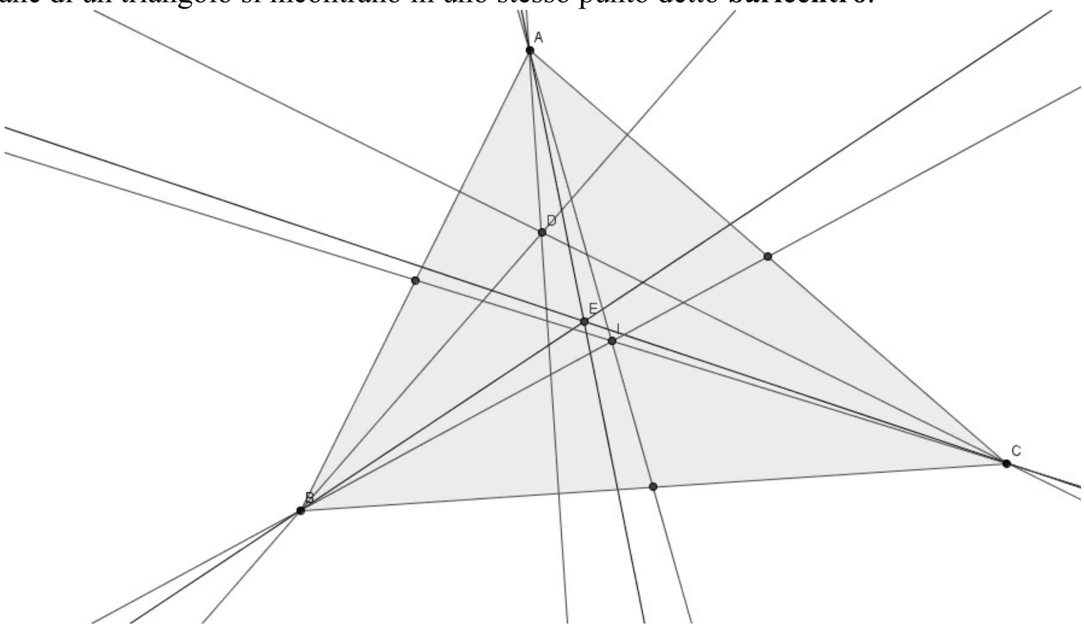


Figura 2. Il punto D è l'intersezione delle altezza, quindi è l'ortocentro. Il punto E è l'incontro delle bisettrici, quindi è l'incentro. Il punto I è l'intersezione delle mediane, quindi il baricentro.

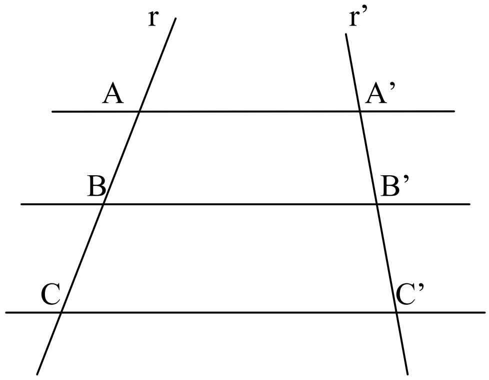
Teoremi sul triangolo rettangolo

Teorema di Pitagora. In un triangolo rettangolo la somma dei quadrati costruiti sui cateti è equivalente al quadrato costruito sull'ipotenusa.

1° teorema di Euclide. In un triangolo rettangolo il quadrato costruito su un cateto è equivalente al rettangolo avente per lati l'ipotenusa e la proiezione di quel cateto sull'ipotenusa.

2° teorema di Euclide. In ogni triangolo rettangolo il quadrato costruito sull'altezza relativa all'ipotenusa è equivalente al rettangolo avente per lati le proiezioni dei cateti sull'ipotenusa.

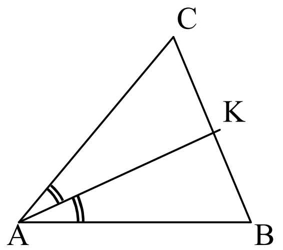
Teorema di Talete. Un fascio di rette parallele tagliate da due trasversali determina su di esse due insiemi di segmenti direttamente proporzionali.



$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{AC}{A'C'}$$

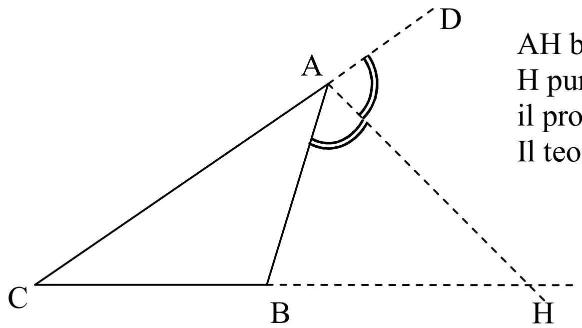
Figura 3. Teorema di Talete

Teorema della bisettrice dell'angolo interno. La bisettrice di un angolo interno di un triangolo divide il lato opposto in parti proporzionali agli altri due lati.



AC:AB=CK:KB

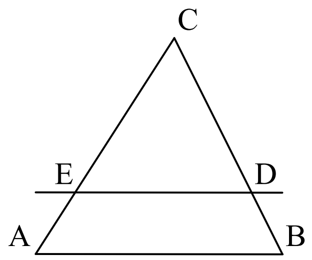
Teorema della bisettrice dell'angolo esterno. La bisettrice di un angolo esterno di un triangolo, se non è parallela al lato opposto, incontra il prolungamento del lato opposto in un punto le cui distanze dagli estremi del lato stanno fra loro come i lati adiacenti.



AH bisettrice dell'angolo esterno $B\hat{A}D$
H punti di intersezione tra la bisettrice e il prolungamento del lato BC.
Il teorema afferma che

AC:AB=HC:HB

Teorema della parallela a un lato. In un triangolo una qualsiasi parallela a un lato che interseca gli altri due lati determina su di essi segmenti in proporzione.

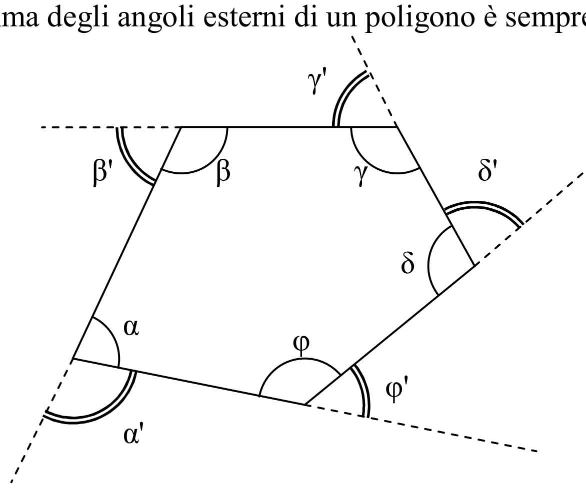


AE:EC=BD:DC

Criteri di similitudine dei triangoli
1° criterio. Due triangoli sono simili se hanno due angoli ordinatamente congruenti, cioè disposti allo stesso modo rispetto all'angolo tra essi compreso.
2° criterio. Due triangoli sono simili se hanno due lati proporzionali e l'angolo tra essi compreso congruente.
3° criterio. Due triangoli sono simili se hanno i tre lati proporzionali.

Proprietà dei triangoli simili
- In due triangoli simili le altezze, le mediane e le bisettrici che si corrispondono sono proporzionali ad una coppia di lati omologhi, il loro rapporto è uguale al rapporto di similitudine.
- In due triangoli simili i perimetri sono proporzionali a una coppia di lati omologhi, il loro rapporto è uguale al rapporto di similitudine.
- In due triangoli simili le aree sono proporzionali al quadrato di una coppia di lati omologhi, cioè il loro rapporto è uguale al quadrato del rapporto di similitudine.
- Due triangoli equilateri sono sempre simili.
- Due triangoli rettangoli, con un angolo acuto congruente, sono simili.
- Due triangoli isosceli, con gli angoli al vertice congruenti, sono simili.

4. Poligoni
Proprietà degli angoli di un poligono
- La somma degli angoli interni di un poligono convesso di n lati è congruente a n-2 angoli piatti.
- La somma degli angoli esterni di un poligono è sempre congruente a due angoli piatti.

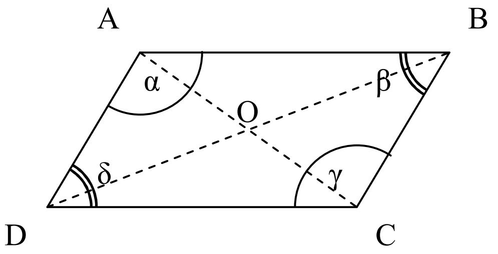


Somma degli angoli interni
$\alpha+\beta+\gamma+\delta+\varphi=(n-2)180°$

Somma degli angoli esterni
$\alpha'+\beta'+\gamma'+\delta'+\varphi'=360°$

Proprietà del parallelogramma

Definizione. Si dice parallelogramma un quadrilatero convesso che ha i lati opposti paralleli tra di loro.



Il parallelogramma ha

- Lati opposti congruenti: AB=DC; AD=BC
- Angoli opposti congruenti: $\alpha=\gamma$; $\beta=\delta$
- Angoli adiacenti allo stesso lato sono supplementari: $\alpha+\delta = 180°$; $\gamma+\beta=180°$
- Le diagonali si incontrano nel loro punto medio AO=OC; DO=OB
- Il punto di incontro delle diagonali è il centro di simmetria

Proprietà del rettangolo

Definizione. Si dice rettangolo un parallelogramma che ha tutti gli angoli congruenti.
Il rettangolo ha le diagonali congruenti.

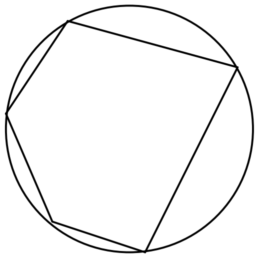
Proprietà del rombo

Definizione. Si chiama rombo il parallelogramma che ha tutti i lati congruenti
Il rombo ha:

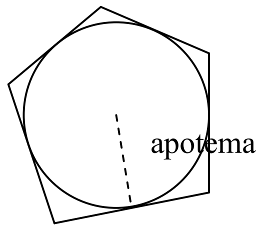
- le diagonali perpendicolari;
- le diagonali sono bisettrici degli angoli opposti.

Poligoni inscritti e circoscritti a una circonferenza

Un poligono si dice **inscritto** in una circonferenza se tutti i suoi vertici sono punti della circonferenza; la circonferenza si dice circoscritta al poligono; il raggio della circonferenza si dice anche raggio del poligono.
Un poligono si dice **circoscritto** a una circonferenza se tutti i suoi lati sono tangenti alla circonferenza; la circonferenza si dice inscritta nel poligono, il raggio della circonferenza si dice apotema del poligono.



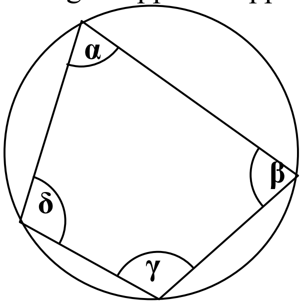
Poligono inscritto



Poligono circoscritto

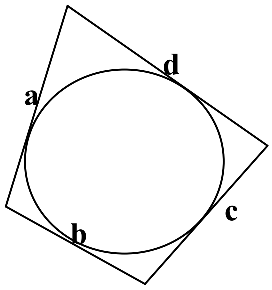
Teorema. Un poligono è inscrivibile in una circonferenza se gli assi dei suoi lati si incontrano tutti nello stesso punto.
Teorema. Un poligono è circoscrivibile ad una circonferenza se le bisettrici dei suoi angoli interni si incontrano tutte nello stesso punto.

Teorema. Un quadrilatero inscritto in una circonferenza ha gli angoli opposti supplementari; viceversa un quadrilatero con una coppia di angoli opposti supplementari è inscrivibile in una circonferenza.



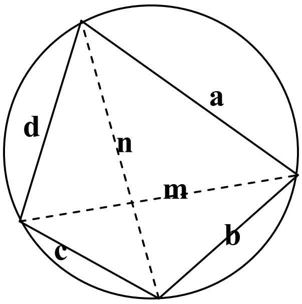
$\alpha+\beta=180°$
$\beta+\delta=180°$

Teorema. In un quadrilatero circoscritto a una circonferenza la somma di due lati opposti è congruente alla somma degli altri due lati; viceversa se in un quadrilatero la somma di due lati opposti è congruente alla somma degli altri due lati esso è circoscrivibile a una circonferenza.



$a+c=b+d$

Teorema di Tolomeo. In un quadrilatero inscritto in una circonferenza risulta che: il rettangolo che ha per dimensioni le diagonali del quadrilatero è equivalente alla somma dei rettangoli che hanno per lati i lati opposti del quadrilatero.



$m \cdot n=a \cdot c+b \cdot d$

Definizione. Un poligono si dice **poligono regolare** se ha tutti i lati congruenti e tutti gli angoli congruenti.
Teorema. Ogni poligono regolare è sia inscrivibile sia circoscrivibile a una circonferenza e le due circonferenze hanno lo stesso centro.

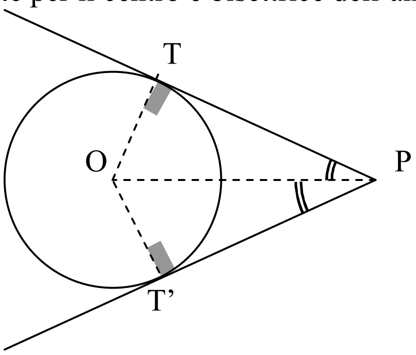
Similitudine tra poligoni
Due poligoni di uguale numero di lati sono simili se hanno i lati omologhi in proporzione e gli angoli ordinatamente congruenti.

5. Circonferenza e cerchio

Definizioni

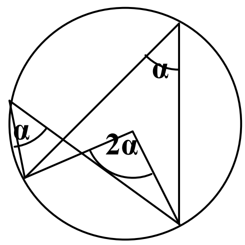
Si chiama **circonferenza** il luogo dei punti del piano che hanno distanza costante da un punto fisso detto centro.
Si chiama **cerchio** l'insieme dei punti di una circonferenza e dei suoi punti interni.
Si chiama **corda** un qualsiasi segmento i cui estremi sono punti della circonferenza.
Si chiama **segmento circolare** di base una corda AB ciascuna delle due parti in cui la corda divide il cerchio.
Si chiama **segmento circolare a due basi** la parte di cerchio delimitata da due corde.
Si chiama **arco di circonferenza** la parte di circonferenza delimitata da due suoi punti.
Si chiama **angolo al centro** un angolo che ha il vertice nel centro della circonferenza.
Si chiama **angolo alla circonferenza** un angolo che ha il vertice sulla circonferenza e i lati entrambi secanti o uno secante e l'altro tangente alla circonferenza.
Si chiama **settore circolare** una parte di cerchio delimitata da due raggi.

Teorema della tangente. Se da un punto esterno a una circonferenza si mandano le tangenti alla circonferenza stessa, i segmenti di tangente sono congruenti e la semiretta di orgine il punto esterno e passante per il centro è bisettrice dell'angolo formato dalle tangenti.

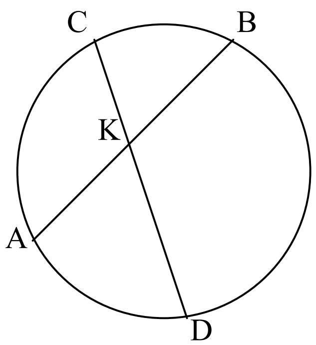


PT e PT' sono tangenti
PT=PT'
$T\hat{P}O = O\hat{P}T'$
$O\hat{T}P = O\hat{T}'P = 90°$

Teorema dell'angolo al centro. Ogni angolo alla circonferenza è la metà del corrispondente angolo al centro.

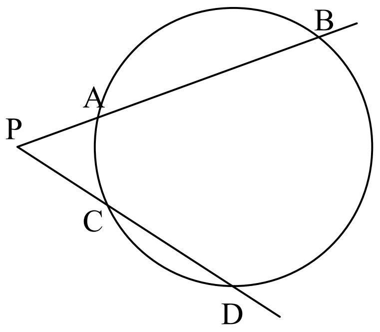


Teorema delle corde. Se due corde di una circonferenza si intersecano, i segmenti dell'una sono i medi e i segmenti dell'altra sono gli estremi di una proporzione.



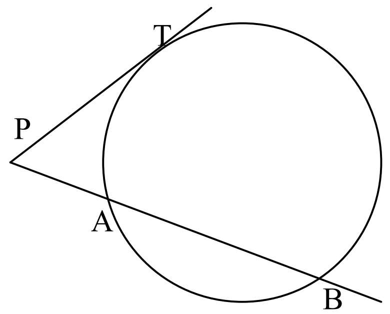
DK:AK=BK:CK

Teorema delle secanti. Se da un punto esterno a una circonferenza si tracciano due secanti, una secante e la sua parte esterna sono i medi, l'altra secante e la sua parte esterna sono gli estremi di una proporzione.



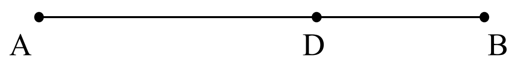
PB:PD=PC:PA

Teorema della secante e della tangente. Se da un punto esterno a una circonferenza si conducono una secante e una tangente alla circonferenza, il segmento di tangente è medio proporzionale fra l'intera secante e la sua parte esterna.



PB:PT=PT:PA

Sezione aurea. La parte aurea di un segmento AB è il segmento AD che è medio proporzionale tra l'intero segmento e la parte rimanente BD, quindi AB:AD=AD:DB.



$$\overline{AD} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}\overline{AB} = 0,618\overline{AB}$$

Rapporto aureo. Si chiama rapporto aureo il rapporto tra un segmento e la sua parte aurea, questo rapporto vale $\varphi = \frac{AB}{AD} = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \approx 1,618$.

Rettangolo aureo. Si dice rettangolo aureo un rettangolo nel quale il rapporto tra la base e l'altezza è il rapporto aureo.