

FRAZIONI

CLASSIFICAZIONE FRAZIONI

Le frazioni possono essere:

- **PROPRIE**: se il numeratore è minore del denominatore. ES: $\frac{2}{5}$

- **IMPROPRIE**: se il numeratore è maggiore del denominatore. ES: $\frac{5}{4}$

Divido il mio quadrato in 4 parti, le prendo tutte e poi ne prendo una quinta, in tutto ne ho 5 su 4.

- **APPARENTI**: se il numeratore è un multiplo del denominatore; in questo caso la frazione rappresenta una quantità intera e può essere scritta come un numero.

ESEMPIO: $\frac{8}{4} = 8 : 4 = 2$

$$\frac{15}{3} = 15 : 3 = 5$$

$$\frac{7}{7} = 1$$

FRAZIONI EQUIVALENTI

- Due frazioni si dicono **equivalenti** se rappresentano la stessa quantità.
- Posso ottenere da una frazione, una equivalente moltiplicando o dividendo sia il numeratore sia il denominatore per uno stesso numero.

ESEMPIO: ALLA LAVAGNA $\frac{24}{18}$

- Esistono infinite frazioni equivalente alla frazione scelta da me.

SEMPLIFICARE o RIDURRE AI MINIMI TERMINI

- Una frazione è ridotta ai **minimi termini** quando numeratore e denominatore sono primi fra loro.
- Una frazione è ridotta ai minimi termini si dice **PRIMITIVA**.

REGOLA: scompongo i due numeri in fattori primi e divido entrambi per il **MCD**

ESEMPIO: $\frac{48}{18}$ $\frac{135}{30}$

IDEA: prendo i numeri primi, parto dal più piccolo, il 2; sono entrambi divisibili per 2; se sì li divido, altrimenti passo al primo successivo, il 3; etc... METODO DELLE DIVISIONI SUCCESSIVE

FRAZIONI EQUIVALENTI CON DENOMINATORE DATO

PROBLEMA: data la frazione $\frac{6}{7}$, trasformala in una equivalente con denominatore 21.

$$\frac{6}{7} = \frac{\dots}{21}$$

Faccio $21 : 7 = 3$, quindi ho moltiplicato il 7 per 3.

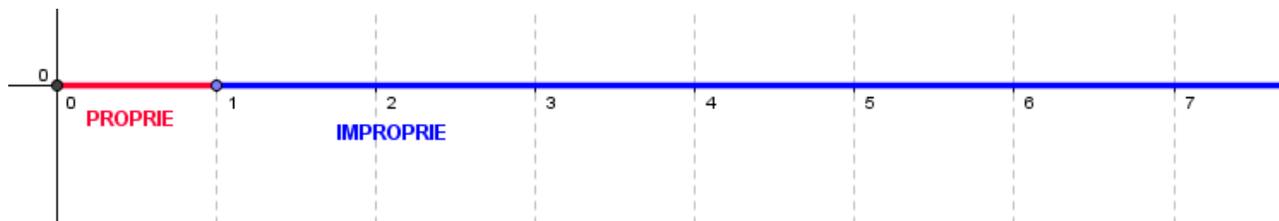
Devo moltiplicare anche il 6 per 3; $6 \times 3 = 18$, quindi:

$$\frac{6}{7} = \frac{18}{21}$$

CONFRONTO DI FRAZIONI

Date due frazioni, come faccio a capire quale è più grande?

- **CASO 0:** una frazione **PROPRIA** è sempre minore di una **IMPROPRIA**; infatti tutte le proprie sono minori di 1; tutte le improprie sono maggiori di 1.



- **I CASO:** hanno lo stesso denominatore

ES: $\frac{7}{11}$ e $\frac{5}{11}$

La più grande è quella con il numeratore maggiore cioè $\frac{7}{11} > \frac{5}{11}$

- **II CASO:** hanno lo stesso numeratore

ES: $\frac{3}{8}$ e $\frac{3}{4}$

La più grande è quella con il denominatore minore cioè $\frac{3}{4} > \frac{3}{8}$

- **III CASO:** hanno diversi sia il numeratore sia il denominatore

IDEA: se trasformo le frazioni in due frazioni equivalenti ma che hanno lo stesso denominatore!?!

ES: $\frac{2}{3}$ e $\frac{3}{4}$

So che $\frac{2}{3}$ è equivalente a $\frac{8}{12}$ (moltiplico per 4); $\frac{3}{4}$ è equivalente a $\frac{9}{12}$ (moltiplico per 3).

RIDUZIONE AL MINIMO COMUN DENOMINATORE (mcd)

ATTENTO, il denominatore trovato (12) è un multiplo del denominatore della prima frazione (3) e anche di quello della seconda (4); quindi basta trovare il

MINIMO COMUNE MULTIPLO

$$\text{ES: } \frac{13}{18} \qquad \frac{23}{30}$$

Calcolo mcm. \rightarrow mcm = 90

Ora come trasformo il numeratore?

$$\frac{13}{18} = \frac{\dots}{90} \qquad \text{Per quanto ho moltiplicato il 18 per arrivare a 90?}$$

$$\text{Faccio } 90 : 18 = 5$$

Quindi il numeratore vale $13 \times 5 = 65$

$$\frac{13}{18} = \frac{65}{90}$$

Faccio la stessa cosa per $\frac{23}{30}$

$$\frac{23}{30} = \frac{\dots}{90}$$

$$\text{Faccio } 90 : 30 = 3$$

Quindi il numeratore vale $23 \times 3 = 69$

$$\frac{23}{30} = \frac{69}{90}$$

$$\text{Quindi } \frac{23}{30} > \frac{13}{18}$$

OPERAZIONI CON LE FRAZIONI

SOMMA E DIFFERENZA

CASO SEMPLICE:

- La somma (o differenza) di due frazioni con lo stesso denominatore è una frazione con lo stesso denominatore e per numeratore la somma (o differenza) dei numeratori.

$$\text{ES: } \frac{5}{12} + \frac{11}{12} = \frac{16}{12} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$$

$$\frac{13}{22} - \frac{3}{22} = \frac{10}{22} = \frac{5}{11}$$

CASO DIFFICILE:

- La somma (o differenza) di due frazioni con diverso denominatore si calcola trasformando entrambe le frazioni in modo da avere lo stesso denominatore.

Come le trasformo?

- Riducendole al **MINIMO COMUN DENOMINATORE.**

Esempio

$$\frac{7}{10} + \frac{1}{6} =$$

Calcolo mcm (10, 6) = 30

$$\frac{7}{10} + \frac{1}{6} = \frac{3 \cdot 7}{30} + \frac{5 \cdot 1}{30} = \frac{21}{30} + \frac{5}{30} = \frac{26}{30} = \frac{13}{15}$$

Esempio 2

$$\frac{3}{8} - \frac{5}{18} =$$

Calcolo mcm (8, 18) = 72

$$\frac{3}{8} - \frac{5}{18} = \frac{9 \cdot 3}{72} - \frac{3 \cdot 5}{72} = \frac{27}{72} - \frac{15}{72} = \frac{12}{72} = \frac{1}{6}$$

ATTENTO: e se devi sommare una frazione e un intero?

- Un intero è uguale ad una frazione che ha come numeratore l'intero e come denominatore 1.

$$\text{Es: } 5 = \frac{5}{1} = 5 : 1 = 5$$

Quindi se devo sommare:

$$5 + \frac{3}{8} =$$

MOLTIPLICAZIONE

- Il prodotto di due frazioni è una frazione che ha come numeratore il prodotto dei numeratori e come denominatore il prodotto dei denominatori.

$$\text{Esempio: } \frac{7}{3} \times \frac{9}{14} = \frac{7 \cdot 9}{3 \cdot 14} = \frac{63}{42} = \frac{3}{2}$$

SEMPLIFICAZIONE IN CROCE

$$\frac{\cancel{7}^{\cancel{7}:7=1}}{\cancel{3}^{\cancel{3}:3=1}} \times \frac{\cancel{9}^{\cancel{9}:3=3}}{\cancel{14}^{\cancel{14}:7=2}} = \frac{1}{1} \times \frac{3}{2} = \frac{1 \times 3}{1 \times 2} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{\cancel{25}^{\cancel{25}:5=5}}{4} \times \frac{13}{\cancel{5}^{\cancel{5}:5=1}} = \frac{5}{4} \times \frac{13}{1} = \frac{5 \times 13}{4 \times 1} = \frac{65}{4}$$

$$\frac{1}{\cancel{2}^{\cancel{2}:2=1}} \times \frac{\cancel{4}^{\cancel{4}:2=2}}{\cancel{3}^{\cancel{3}:3=1}} \times \frac{\cancel{8}^{\cancel{8}:3=3}}{8} = \frac{1}{1} \times \frac{2}{1} \times \frac{3}{\cancel{8}^{\cancel{8}:2=4}} = \frac{1}{1} \times \frac{1}{1} \times \frac{3}{4} = \frac{1 \times 1 \times 3}{1 \times 1 \times 4} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{\cancel{2}^{\cancel{2}:2=1}}{\cancel{4}^{\cancel{4}:2=2}} + \frac{1}{\cancel{3}^{\cancel{3}:3=1}} \times \frac{\cancel{9}^{\cancel{9}:3=3}}{2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{1} \times \frac{3}{2} = \frac{1}{2} + \frac{3}{2} = \frac{1+3}{2} = \frac{\cancel{4}^{\cancel{4}:2=2}}{\cancel{2}^{\cancel{2}:2=1}} = \frac{2}{1} = 2$$

m.c.m.

RICORDA:

- PRIMA LE PARENTESI (), POI LE QUADRE [], POI LE GRAFFE { }
- PRIMA IL DIVISO "÷"; POI IL "X"; POI + e -

DIVISIONE

Prima di capire come si effettua una divisione dobbiamo sapere che:

- Si dice frazione **RECIPROCA** di una frazione, quella che si ottiene scambiando numeratore e denominatore.

ESEMPIO La frazione reciproca di $\frac{7}{3}$ è $\frac{3}{7}$

Calcola la frazione reciproca di:

$\frac{5}{11}$; il reciproco è:

$\frac{1}{9}$; il reciproco è:

6 (ricorda che $6 = \frac{6}{1}$) il reciproco è:

- **Il quoziente di due frazioni è il prodotto della prima frazione per il reciproco della seconda.**

$$\text{Es: } \frac{2}{5} : \frac{4}{3} = \frac{2}{5} \times \frac{3}{4}$$

Semplifico a croce e ottengo:

$$\frac{2}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{1}{5} \times \frac{3}{2} = \frac{3}{10}$$

ATTENTO: moltiplicando una frazione per il suo reciproco ottengo sempre 1.

$$\text{Es: } \frac{4}{5} \times \frac{5}{4} \text{ semplifico a croce e ottengo } 1.$$

POTENZA

Sappiamo che

$$3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \quad (\text{il tre moltiplicato per se stesso 4 volte})$$

In modo analogo,

$$\left(\frac{3}{4}\right)^3 = \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{3}{4}$$

Per come è stata fatta la moltiplicazione, possiamo scrivere:

$$\frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} = \frac{3 \times 3 \times 3}{4 \times 4 \times 4} = \frac{3^3}{4^3} = \dots$$

Quindi, vale la seguente regola:

- **Per elevare a potenza una frazione si elevano a quella potenza entrambi i membri.**

Es:

$$\left(\frac{5}{11}\right)^2 = \frac{5^2}{11^2} = \dots; \quad \left(\frac{1}{9}\right)^4 = \dots;$$

ATTENTO: che differenza c'è tra queste tre espressioni? Cosa c'è nella prima che non vedi nelle altre due?

Calcola quanto vale ognuna.

$$\left(\frac{2}{3}\right)^3 \qquad \frac{2^3}{3} \qquad \frac{2}{3^3}$$

- Quindi, se dobbiamo elevare una frazione a potenza dobbiamo sempre mettere le parentesi, altrimenti abbiamo elevato solo il numeratore o il denominatore.