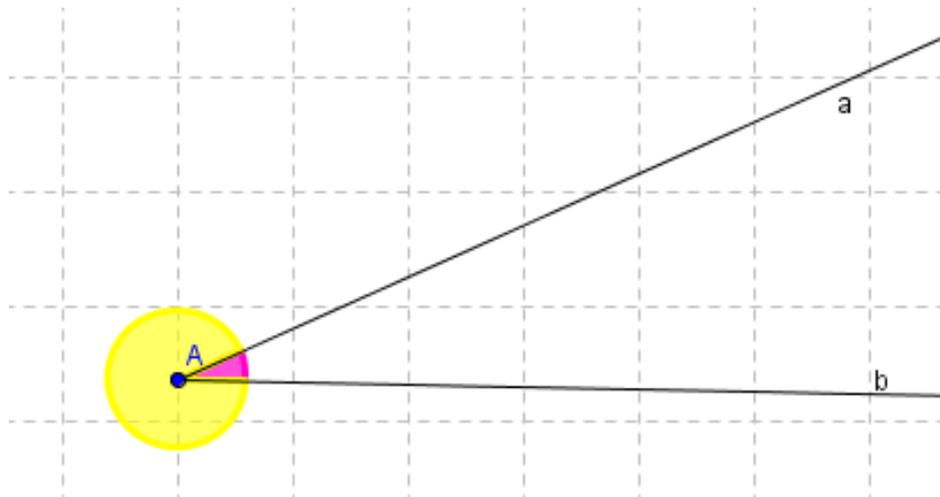


## ANGOLO

Si dice angolo, ciascuna delle due parti di piano limitate da due semirette avente la stessa origine.

L'origine si dice **Vertice** dell'angolo.

Le due semirette si dicono **lati dell'angolo**.

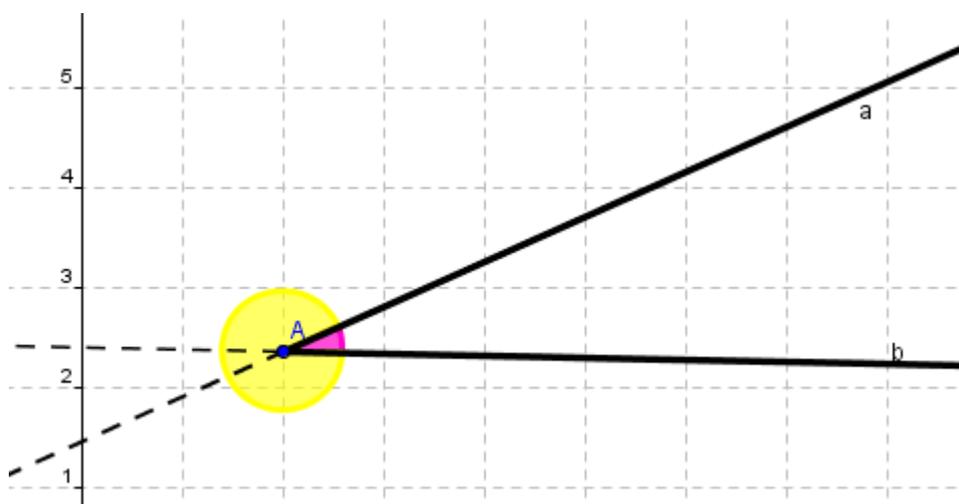


Due angoli si dicono **congruenti** se hanno la stessa ampiezza. L'ampiezza si misura in **gradi**. (es:  $45^\circ = 45$  gradi).

## ANGOLI CONCAVI E CONVESSI

Un angolo si dice **concavo** quando contiene il prolungamento dei suoi lati; un angolo concavo è **maggiore di  $180^\circ$** .

Un angolo si dice **convesso** quando non contiene il prolungamento dei suoi lati; un angolo convesso è **minore di  $180^\circ$** .

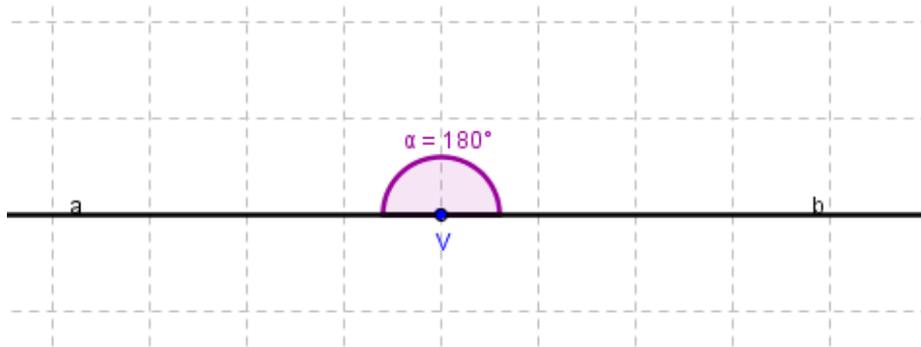


L'angolo giallo è concavo. L'angolo rosa è convesso.

## ANGOLO PIATTO

I suoi lati sono due semirette adiacenti.

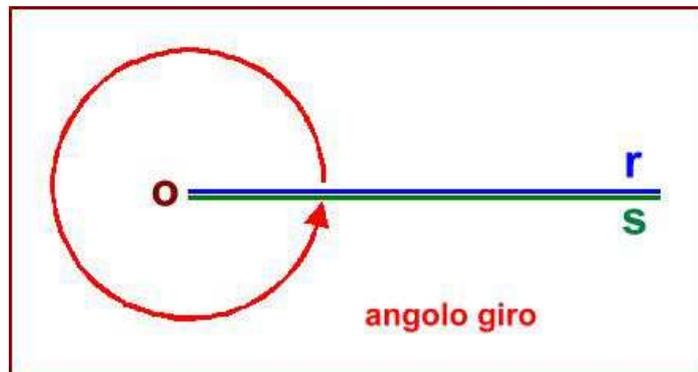
L'angolo piatto vale  $180^\circ$ .



## ANGOLO GIRO

I suoi lati sono due semirette sovrapposte.

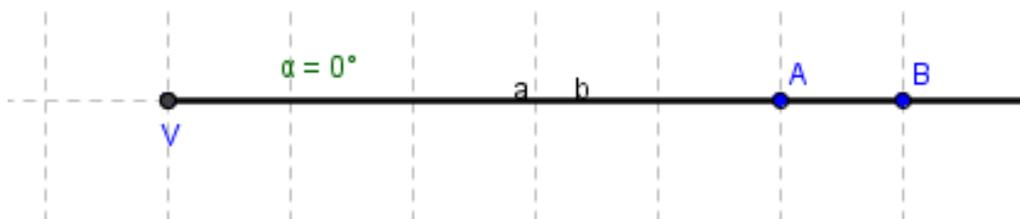
L'angolo giro vale  $360^\circ$ .



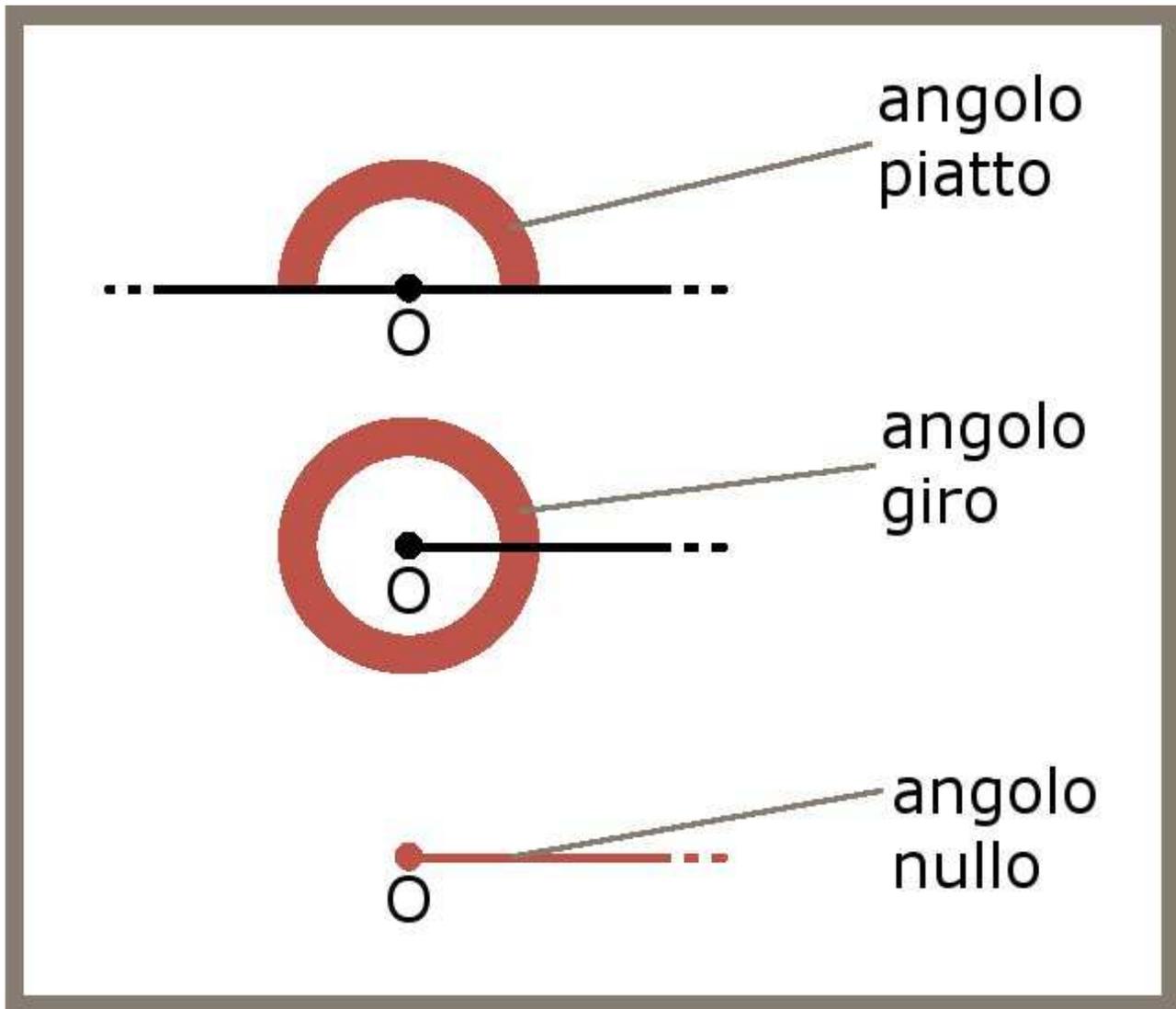
## ANGOLO NULLO

I suoi lati sono due semirette sovrapposte.

L'angolo nullo vale  $0^\circ$ .



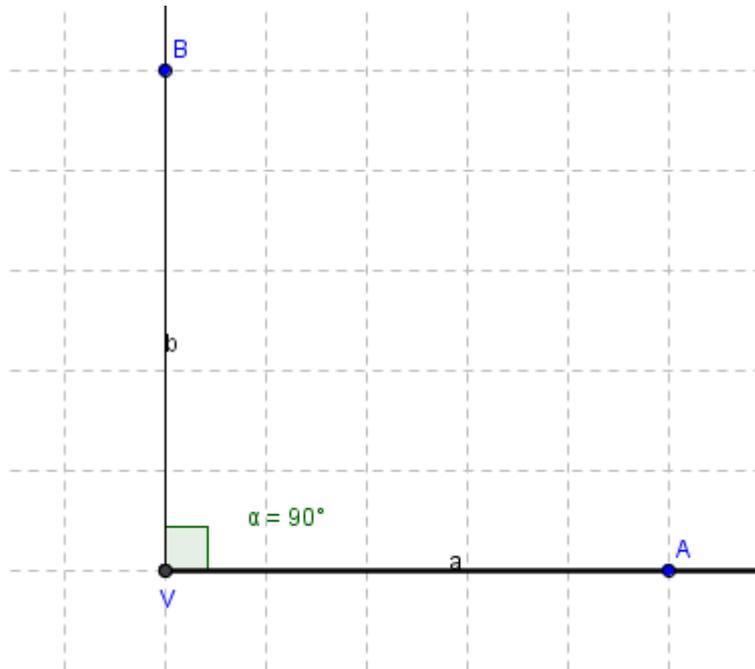
QUINDI:



## ANGOLO RETTO

È la metà di un angolo piatto.

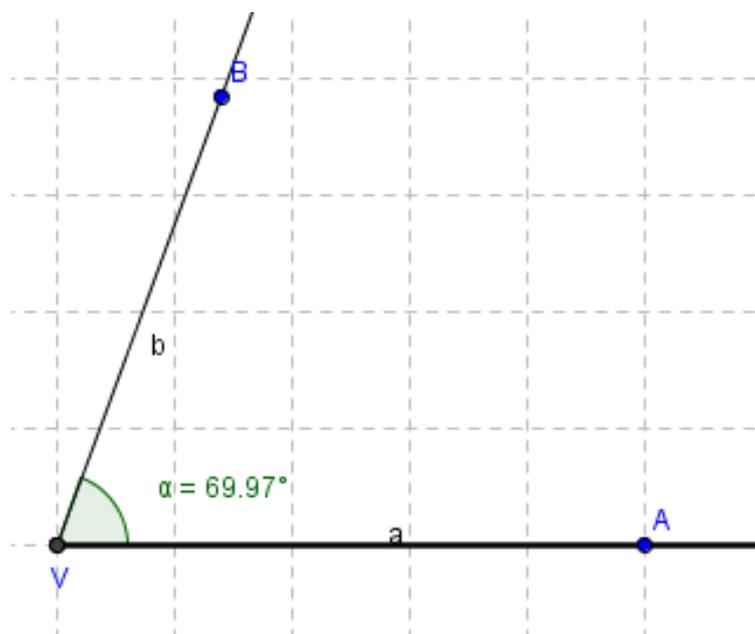
L'angolo retto vale  $90^\circ$ .



## ANGOLO ACUTO

Un angolo minore di un angolo retto.

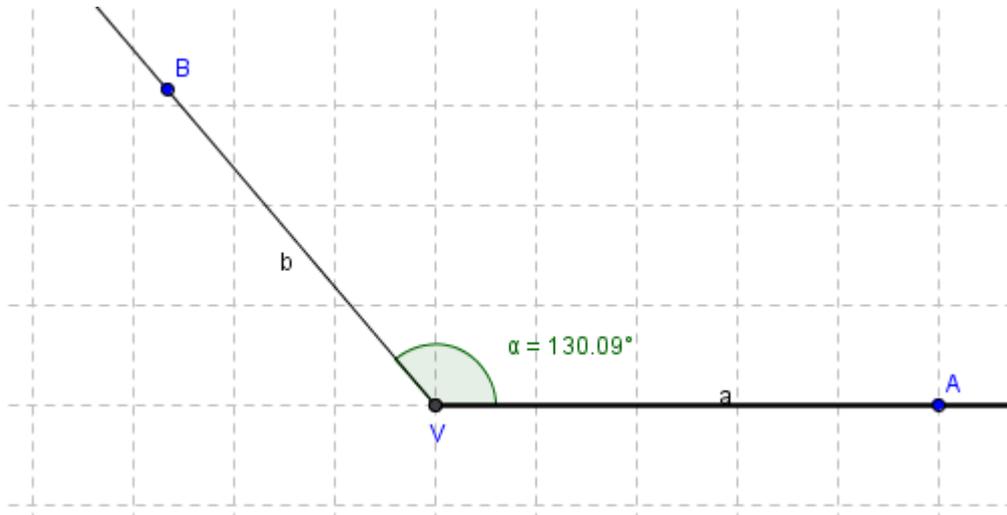
Un angolo acuto vale meno di  $90^\circ$  (Es:  $75^\circ$ ).



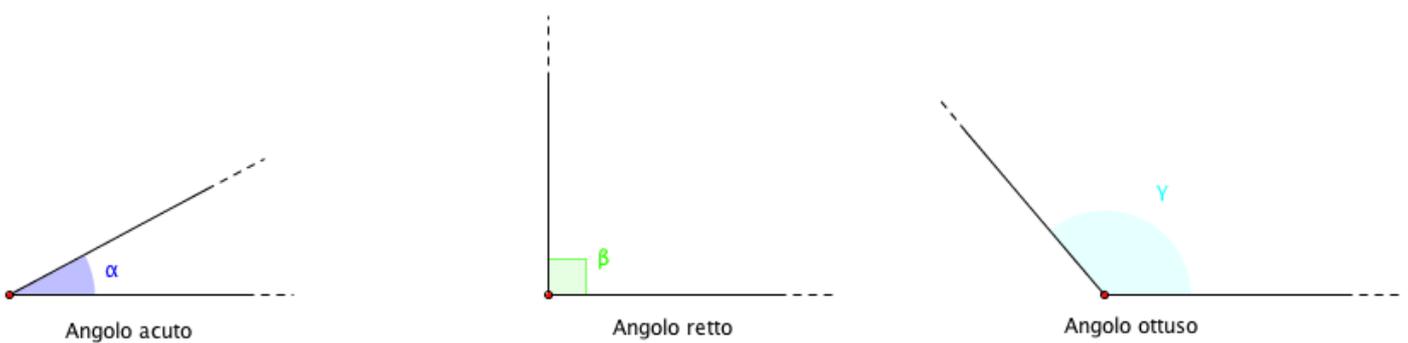
## ANGOLO OTTUSO

Un angolo maggiore di un angolo retto ma minore di un angolo piatto.

Un angolo ottuso è compreso tra  $90^\circ$  e  $180^\circ$  (Es:  $130^\circ$ ).



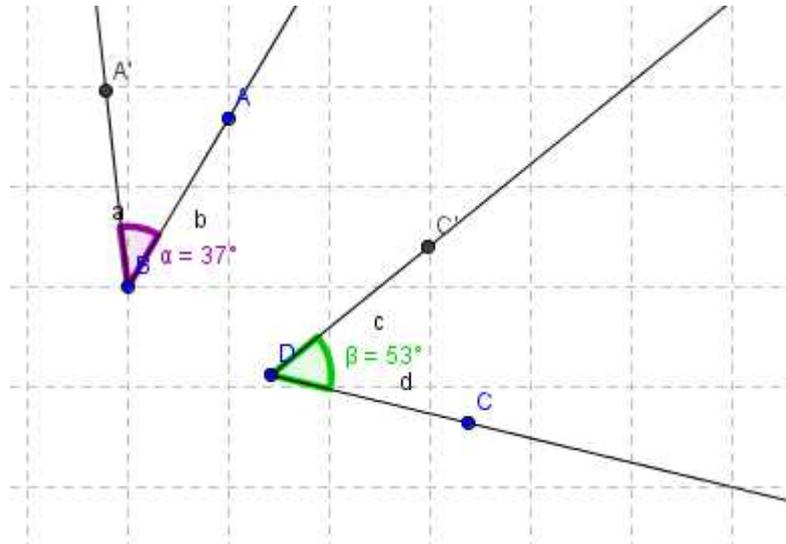
**QUINDI:**



Vediamo ora il rapporto che possono avere due angoli tra loro.

## ANGOLI COMPLEMENTARI

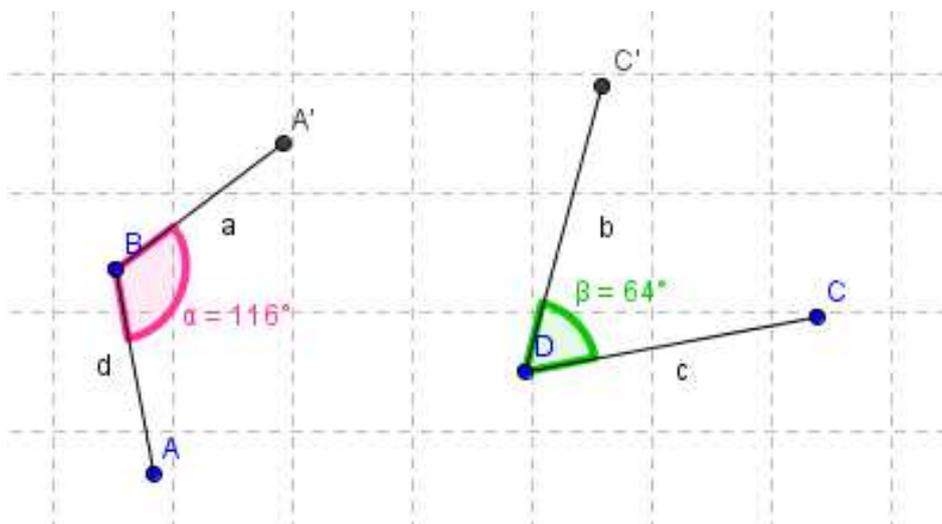
Due angoli si dicono complementari quando la loro **somma è un angolo retto (90°)**.



$$37^\circ + 53^\circ = 90^\circ$$

## ANGOLI SUPPLEMENTARI

Due angoli si dicono supplementari quando la loro **somma è un angolo piatto (180°)**.

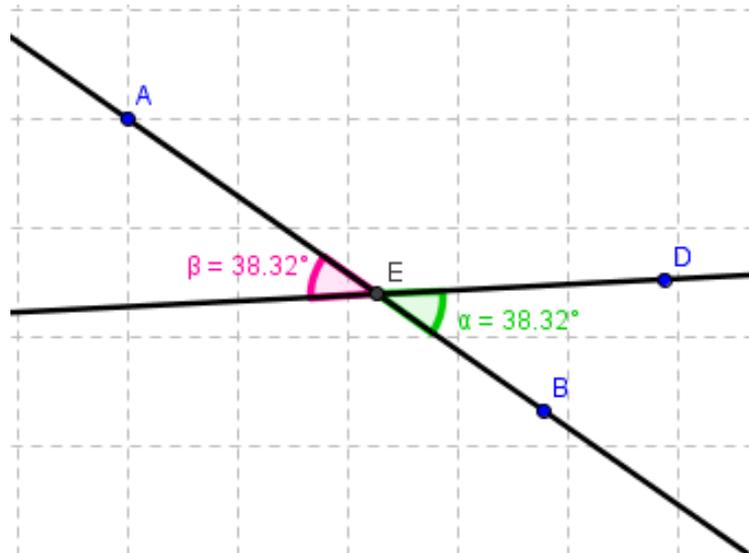


$$116^\circ + 64^\circ = 180^\circ$$

## ANGOLI OPPOSTI AL VERTICE

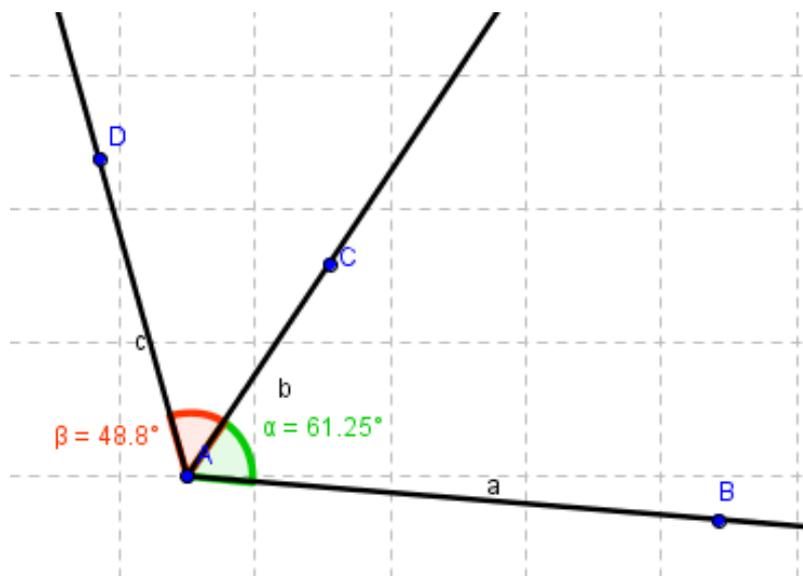
Due angoli si dicono opposti al vertice quando i lati di uno sono il prolungamento dei lati dell'altro.

Essi sono congruenti.



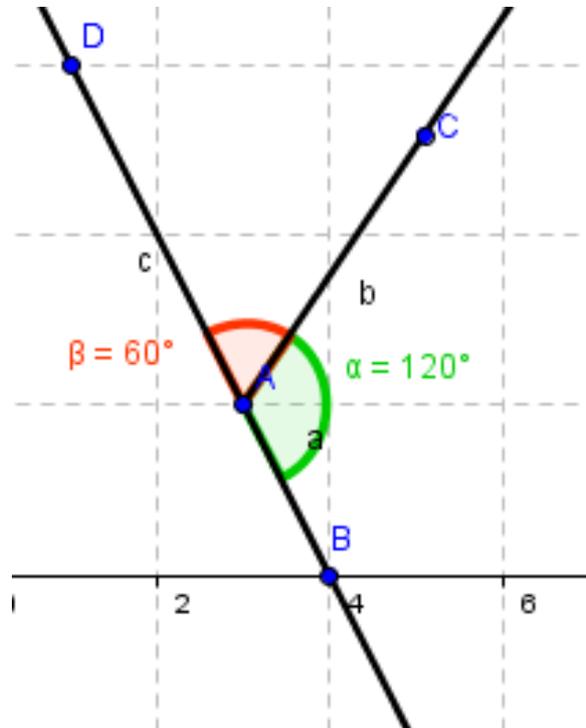
## ANGOLI CONSECUTIVI

Due angoli si dicono consecutivi se hanno il vertice e un lato in comune e i lati non comuni giacciono nel piano da parti opposte rispetto al lato comune.



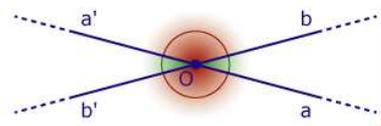
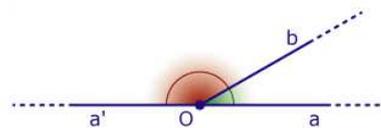
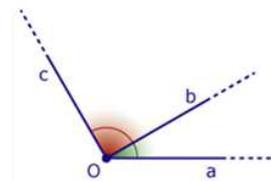
## ANGOLI ADIACENTI

Due angoli si dicono adiacenti **se** sono consecutivi e supplementari, **cioè se** la loro somma vale  $180^\circ$ .



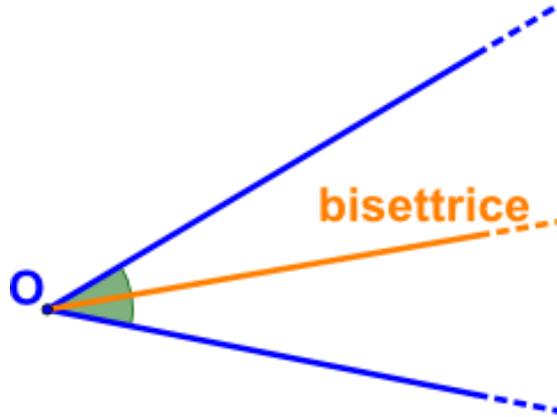
## QUINDI:

- Due angoli possono essere:
  - **consecutivi** se hanno in comune il vertice, un lato e nessun altro punto.
  - **adiacenti** se sono consecutivi e hanno i lati non comuni appartenenti alla stessa retta.
  - **opposti al vertice** se i loro lati sono uno il prolungamento dell'altro, cioè semirette opposte. Due angoli opposti al vertice hanno la stessa ampiezza.



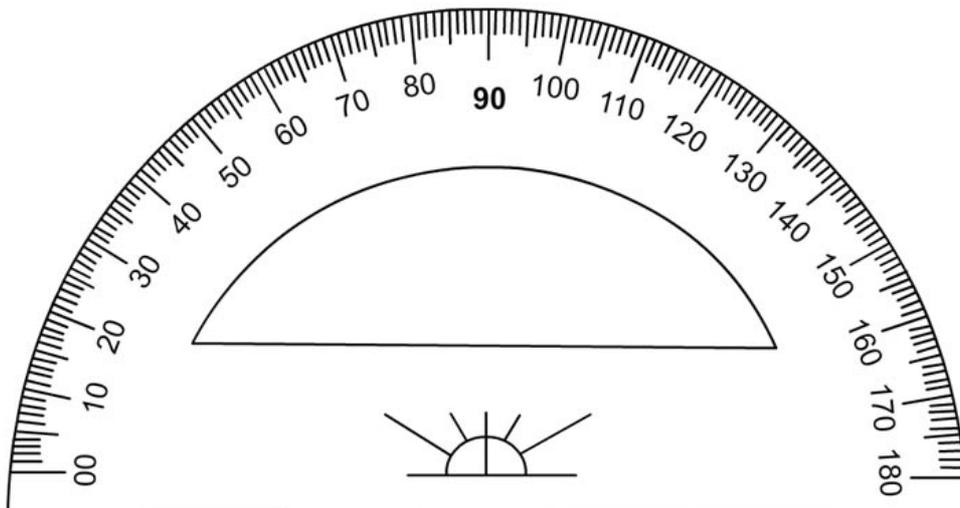
## LA BISETTRICE

La bisettrice di un angolo è una semiretta che ha origine nel vertice dell'angolo e divide l'angolo in due angoli uguali.



## STRUMENTI E UNITÀ DI MISURA DELL'ANGOLO

- Misurare un angolo significa misurare la sua **AMPIEZZA**.
- Un angolo si misura con uno strumento detto **GONIOMETRO**.



L'unità di misura dell'angolo è un angolo che corrisponde alla trecentosessantesima (360) parte dell'angolo giro e si chiama **GRADO**.

## PROBLEMA

Sapete come funziona un orologio? Quanti minuti stanno in un' ora? Quanti secondi in un minuti?

Quanti secondi in un'ora?

Il grado (ORA del nostro orologio) ha due sottomultipli:

- Il PRIMO (minuto del nostro orologio)  $\rightarrow$  1 grado = 60'
- Il SECONDO (secondo del nostro orologio)  $\rightarrow$  1 primo = 60''

Da questo si ricava che 1 grado = 60' = 60 x 60 secondi = 3600''.

Questo sistema di misura non è decimale ma sessagesimale, cioè ci vogliono sessanta unità di un ordine per formare una unità dell'ordine superiore.

## ESEMPIO

13 unità = 1 decina e 3 unità

74 unità = 7 decine e 4 unità

- Come ho ricavato questi numeri?
- Prendo il 74, lo divido per **10**; ottengo 7 (decine) e il resto di 4 (unità).
- Come faccio ora se ho 134'?
- Divido per **60** (non per 10); ottengo

$$134 : 60 = 2 \text{ (resto di 14)}$$

Quindi

$$134' = 2^\circ 14'$$

**ATTENZIONE:** **se** devi scrivere 10 gradi e mezzo, scrivo 10° 30'

## RIDUZIONE IN FORMA NORMALE

Ogni volta che in un angolo i **primi ' o i secondi ''** sono in numero superiore a 59, vanno trasformati nell'unità di ordine superiore; **un angolo in cui non compaiono più primi o secondi in numero superiore a 59, si dice RIDOTTO A FORMA NORMALE.**

### Esercizio

Riduci i seguenti angoli in forma normale.

**43° 150' 73''**

**Si parte dai SECONDI:**

73 è maggiore di 59?

**SI, allora divido per 60.**

$73 : 60 = 1' \text{ con resto } 13''$

**Sommo il risultato della divisione ai PRIMI e il RESTO sono i SECONDI avanzati.**

SCRIVO  $43^\circ 151' 13''$

**CONTINUO CON I PRIMI.**

151 è maggiore di 59?

**SI, allora divido per 60.**

$151 : 60 = 2^\circ \text{ con resto } 31'$

**Sommo il risultato della divisione ai GRADI e il RESTO sono i PRIMI avanzati.**

SCRIVO  $45^\circ 31' 13''$

**ORA il nostro angolo è RIDOTTO IN FORMA NORMALE.**

## SOMMA DI ANGOLI

$$23^{\circ} 33' 42'' + 18^{\circ} 35' 57''$$

### REGOLA:

1. si dispongono gli addendi in colonna, in modo che le unità dello stesso ordine siano sulla stessa colonna, cioè i gradi in colonna con i gradi, i primi con i primi, i secondi con i secondi.

$$23^{\circ} \quad 33' \quad 42'' \quad +$$

$$18^{\circ} \quad 35' \quad 57'' \quad =$$

---

2. Si sommano i secondi tra loro, i primi tra loro, i gradi tra loro

$$41^{\circ} \quad 68' \quad 99''$$

---

3. Si riduce a forma normale

$$99'' : 60 = 1 \text{ con resto } 39$$

$$41^{\circ} \quad 69' \quad 39''$$

$$69' : 60 = 1 \text{ con resto } 9$$

### RISULTATO FINALE

$$42^{\circ} \quad 9' \quad 39''$$

## DIFFERENZA DI ANGOLI

$$23^{\circ} 33' 42'' - 18^{\circ} 35' 57''$$

### REGOLA:

1. si dispongono i termini in colonna.

$$\begin{array}{r} 23^{\circ} \quad 33' \quad 42'' \quad - \\ 18^{\circ} \quad 35' \quad 57'' \quad = \\ \hline \end{array}$$

2. Si parte dal fondo (dai secondi)

42 è maggiore di 57? **NO**, allora devo prestare  $1' = 60''$

**RISCRIVO:**

$$\begin{array}{r} \quad \quad -1 \quad +60 \\ 23^{\circ} \quad 33' \quad 42'' \quad - \\ 18^{\circ} \quad 35' \quad 57'' \quad = \\ \hline \end{array}$$

32 è maggiore di 35? **NO**

$$\begin{array}{r} -1 \quad +60 \\ 23^{\circ} \quad 32' \quad 102'' \quad - \\ 18^{\circ} \quad 35' \quad 57'' \quad = \\ \hline \end{array}$$

$$4^{\circ} \quad 57' \quad 45''$$

## PRODOTTO DI UN ANGOLO PER UN NUMERO INTERO

$$23^{\circ} 33' 42'' \times 5$$

### REGOLA:

1. Moltiplico per 5 sia i gradi, sia i primi, sia i secondi.

$$\begin{array}{r} 23^{\circ} \quad 33' \quad 42'' \quad \times \\ \phantom{23^{\circ}} \phantom{33'} \quad 5 \quad = \\ \hline \end{array}$$

$$115^{\circ} \quad 165' \quad 210''$$

2. Si trasforma in forma normale

$$210'' : 60 = 3 \text{ resto di } 30''$$

$$115^{\circ} \quad 168' \quad 30''$$

$$168' : 60 = 2 \text{ resto di } 48'$$

$$117^{\circ} \quad 48' \quad 30''$$

## DIVISIONE DI UN ANGOLO PER UN NUMERO INTERO

$$23^{\circ} 33' 42'' : 5$$

### REGOLA:

1. Parto a dividere dai gradi.

$$23^{\circ} : 5 = 4^{\circ} \text{ con resto } 3^{\circ}$$

2. Trasformo i gradi di resto in primi.

$$3^{\circ} = 3 \times 60' = 180'$$

E li sommo ai 33'

$$\text{Ottengo } 180 + 33 = 213'$$

3. Divido i primi

$$213' : 5 = 42' \text{ con resto } 3'$$

4. Trasformo i primi di resto in secondi.

$$3' = 3 \times 60'' = 180''$$

E li sommo ai 42''

$$\text{Ottengo } 180 + 42 = 222''$$

5. Divido i secondi

$$222'' : 5 = 44'' \text{ con resto } 2''$$

### RIASSUMENDO:

$$23^\circ 33' 42'' : 5 = 4^\circ 42' 44'' \text{ resto } 2''$$

### ESERCIZI

1. La somma di 2 angoli è  $133^\circ 22' 16''$  ed uno di essi supera l'altro di  $5^\circ 48'$ . Trova i due angoli.
2. Due angoli, la cui differenza è  $34^\circ 17' 12''$ , sono tali che uno sia il quadruplo dell'altro. Calcola l'ampiezza di ogni angolo.
3. La somma di tre angoli è  $148^\circ 22'$ . Calcola l'ampiezza di ognuno di essi sapendo che il primo è il doppio del secondo e che la differenza tra il terzo ed il primo è  $16^\circ 44' 10''$ .