

EQUAZIONI

DEFINIZIONE: Un'equazione è un'uguaglianza fra due espressioni, di cui almeno una letterale, che è verificata solo per particolari valori delle lettere che vi figurano.

IDENTITÀ → Uguaglianze sempre vere per **qualsiasi** valore delle lettere.

EQUAZIONI → Uguaglianze vere solo per **alcuni** valori delle lettere.

$$\begin{array}{ccc} \underline{6 \cdot 3 + 2} = \underline{18 + 2} & & \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \text{Uguaglianza} \\ \downarrow \quad \downarrow & & \text{numerica} \\ \text{Primo membro} \quad \text{Secondo membro} & & \\ \downarrow \quad \downarrow & & \\ 20 = 20 & & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} \underline{x+2x} = \underline{3x} & \text{(per } x = 4\text{)} & \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \\ \end{array} \right\} \text{Uguaglianza} \\ \downarrow \quad \downarrow & & \text{letterale} \\ 4 + 2 \cdot (4) = 3 \cdot (4) & & \\ \downarrow \quad \downarrow & & \\ 4 + 8 = 12 & & \\ \downarrow \quad \downarrow & & \\ 12 = 12 & & \end{array}$$

DEFINIZIONI

INCOGNITE → Sono le lettere.

Es.

$$x + 6 = 10$$

↓
Incognita x

TERMINI NOTI → Sono tutti i termini che non contengono incognite (lettere).

Es.

$$x + 6 = 10$$

↙ ↘
Termine noto (6) Termine noto (10)

EQUAZIONE A UNA O PIÙ INCOGNITE → Dipende dalle lettere presenti.

Es.

$$x - 3x = 2 + x \quad \rightarrow \text{Una incognita}$$

Es.

$$4x + 5y = -2 \quad \rightarrow \text{Due incognite}$$

GRADO DI UN'EQUAZIONE → È il grado più alto dei monomi che la formano.

Es.

$$6x^1 - 1 = x^1 + 4 \quad \rightarrow \text{Primo Grado}$$

Es.

$$2x^2 - 3x^1 = 5 \quad \rightarrow \text{Secondo Grado}$$

Es.

$$x^3 - 2x^2 = x^1 + 6 \quad \rightarrow \text{Terzo Grado}$$

EQUAZIONE INTERA → Se non ci sono frazioni con l'incognita al **denominatore**.

Es.

$$\frac{1}{2}x + 5 = 3x - 2 \quad \rightarrow \text{Intera}$$

Numeratore
↙
↘
Denominatore

EQUAZIONE FRATTA o FRAZIONARIA → Se ci sono frazioni con incognita al **Denominatore**

Es.

$$\frac{7}{x} - 4 = 3x - 2 \quad \rightarrow \text{Fratta o frazionaria}$$

Numeratore
↙
↘
Denominatore

SOLUZIONI O RADICI → Sono i valori che soddisfano un'equazione.

DOMINIO → Insieme di tutte le soluzioni di un'equazione.

Es.

$$\begin{aligned} x + 6 &= 10 \quad (\text{per } x = 4) \rightarrow 4 \text{ è la soluzione} \\ 4 + 6 &= 10 \quad \text{dell'equazione perché} \\ 10 &= 10 \quad \text{sostituendo 4 al posto di } x \\ &\quad \text{ottengo un'uguaglianza.} \end{aligned}$$

REGOLA DEL TRASPORTO

Se si trasporta un termine da un membro all'altro (da una parte all'altra del segno "=") dell'equazione **DEVO CAMBIARE IL SEGNO**, si ottiene in questo modo un'equazione equivalente a quella di partenza

Es.

$$x + 7 = 11$$

$$x + \cancel{7} = 11 - 7$$

$$x = 4$$

Es.

$$5x - 5 = 4x - 3$$

$$5x - 4x = -3 + 5$$

REGOLA DI CANCELLAZIONE

Se in un'equazione si cancellano i termini identici (uguali sia per numero che per lettera che per segno) in entrambi i membri, si ottiene un'equazione equivalente a quella di partenza.

Es.

$$x + \cancel{3} = 10 + \cancel{3}$$

$$x = 10$$

Es.

$$\cancel{+3x} + 7 - x = 11 + \cancel{3x}$$

$$-x = 11 - 7$$

$$x = 4$$

2°-SECONDO PRINCIPIO DI EQUIVALENZA

1) Se si **MOLTIPLICANO** o si **DIVIDONO** entrambi i membri di un'equazione per uno stesso numero diverso da 0, si ottiene un'equazione equivalente a quella di partenza.

Es.

$$\begin{array}{l} 15x = 30 \rightarrow x = 2 \\ 15x \cdot 3 = 30 \cdot 3 \rightarrow x = 2 \\ 15x : 3 = 30 : 3 \rightarrow x = 2 \end{array} \quad \left. \vphantom{\begin{array}{l} 15x = 30 \\ 15x \cdot 3 = 30 \cdot 3 \\ 15x : 3 = 30 : 3 \end{array}} \right\} \begin{array}{l} \text{Le equazioni} \\ \text{sono equivalenti} \end{array}$$

2) Se si cambia il segno ad ogni termine di un'equazione, si ottiene un'equazione equivalente a quella data.

Es.

$$\begin{array}{l} +x + 7 - 4x = +11 - 5 + 2x \\ -x - 7 + 4x = -11 + 5 - 2x \end{array} \quad \left. \vphantom{\begin{array}{l} +x + 7 - 4x = +11 - 5 + 2x \\ -x - 7 + 4x = -11 + 5 - 2x \end{array}} \right\} \begin{array}{l} \text{Le equazioni} \\ \text{sono} \\ \text{equivalenti} \end{array}$$

3) Se in un'equazione ci sono termini frazionari si può trasformare in un'atra equivalente con tutti coefficienti **INTERI** moltiplicando entrambi per il m.c.m (minimo comune multiplo) dei denominatori.

Es.

$$\frac{3}{2}x - 4 = \frac{5}{3} \quad \text{m.c.m. 2 e 3 = 6}$$

$$6 \cdot \left(\frac{3}{2}x - 4 \right) = 6 \cdot \left(\frac{5}{3} \right)$$

$$9x - 24 = 10$$

ESEMPI DI EQUAZIONI

EQUAZIONI DETERMINATE

Sono le equazioni che hanno una soluzione appartenente all'insieme dei numeri reali.

Es.

$$+4x - 3 = +7x - 6$$

$$+4x - 7x = -6 + 3$$

$$-3x = -3$$

$$x = \frac{-3}{-3}$$

$$\mathbf{x = +1}$$

Es.

$$+4x - 5 = -7$$

$$+4x = -7 + 5$$

$$+4x = -2$$

$$x = \frac{\cancel{-2}^1}{\cancel{+4}_2}$$

$$\mathbf{x = -\frac{1}{2}}$$

Es.

$$+3x - 2 \cdot (+2x - 3) = +2x - 15$$

$$+3x - 4x + 6 = +2x - 15$$

$$+3x - 4x + 2x = -15 - 6$$

$$+3x - 6x = -21$$

$$-3x = -21$$

$$x = \frac{-21}{-3} = 7$$

$$x = +7$$

EQUAZIONI IMPOSSIBILI

Sono le equazioni la cui soluzione risulti priva di senso o matematicamente non risolvibile.

Es.

$$+3x + 4 - 9x = -2 - 6x$$

$$+3x - 9x + 6x = -2 - 4$$

$$-9x + 9x = -6$$

$$0 = -6 \rightarrow \text{IMPOSSIBILE}$$

EQUAZIONI INDETERMINATE

Quando svolgendo l'equazione ci troviamo nella situazione $0 = 0$ e non possiamo trovare "x"

Es.

$$+12x + 2 - 6x = +6x - 3 + 5$$

$$+12x - 6x - 6x = -3 + 5 - 2$$

$$+12x - 12x = -5 + 5$$

$$0 = 0 \rightarrow \text{INDETERMINATA}$$

COME VERIFICARE UN'EQUAZIONE DETERMINATA

- 1) La risolvo e trovo quanto vale "x";
- 2) Sostituisco il valore che ho trovato alla "x" nell'equazione di partenza.

Es.

$$-1x + 7 = -3$$

$$-1x = -3 - 7$$

$$-1x = -10$$

$$x = \frac{-10}{-1}$$

$$x = +10$$

VERIFICA

Es.

$$-1x + 7 = -3$$

$$-1 \cdot (+10) = -3 - 7$$

$$-10 = -3 - 7$$

$$\mathbf{-10 = -10}$$