

I PRODOTTI NOTEVOLI

I **PRODOTTI NOTEVOLI** (inteso come “noti”) sono delle “scorciatoie” per affrontare alcuni tipi di calcoli senza necessariamente fare i conti. Sono comodi nelle **espressioni** o nelle **equazioni** per velocizzare i calcoli.

Esistono vari tipi di prodotti notevoli, qui vediamo i tre principali:

SOMMA PER DIFFERENZA

Es.

$$(2a + 4b) \cdot (2a - 4b)$$

Questi 2 polinomi sono identici, l'unica **differenza** è che uno è una **somma** e l'altro una **sottrazione**.

In un caso come questo la soluzione è data dal primo monomio elevato al quadrato meno il secondo monomio elevato al quadrato. Ottengo quindi ciò che si chiama una **differenza di quadrati**.

QUINDI

$$(2a + 4b) \cdot (2a - 4b) = 4a^2 - 16b^2$$

Al contrario quando mi trovo di fronte ad una **differenza di quadrati** posso scomporla scrivendo una somma per una differenza di monomi.

Es.

$$9a^2 - 25b^2 = (3a + 5b) \cdot (3a - 5b)$$

QUADRATO DI UN BINOMIO

Quando mi trovo a dover affrontare un **elevamento alla seconda** di un binomio mi sto trovando di fronte ad un **quadrato di binomio** che si risolve seguendo esattamente queste 3 indicazioni:

1. Il quadrato del primo +
2. Il quadrato del secondo +
3. Il doppio prodotto del primo per il secondo (nel caso si tratti di una somma tra monomi questo sarà positivo, se si tratta di una differenza allora sarà negativo).

Es.

$$(2a + 4b)^2$$

↑
binomio somma

← Elevamento al quadrato
(alla seconda)

$$(2a + 4b)^2 = (2a)^2 + (4b)^2 + 2 \cdot (2a) \cdot (4b) = 4a^2 + 16b^2 + 16ab$$

↑ ↑ ↙
Quadrato del primo Quadrato del secondo Doppio prodotto del primo per il secondo

Es.

$$(2a - 4b)^2$$

↑
binomio differenza

← Elevamento al quadrato
(alla seconda)

$$(2a - 4b)^2 = (2a)^2 + (4b)^2 + 2 \cdot (2a) \cdot (-4b) = 4a^2 + 16b^2 - 16ab$$

↑ ↑ ↙
Quadrato del primo Quadrato del secondo Doppio prodotto del primo per il secondo

CUBO DI UN BINOMIO

Quando mi trovo a dover affrontare un elevamento alla terza di un binomio mi sto trovando di fronte ad un **cubo di binomio** che si risolve seguendo esattamente queste 3 indicazioni:

1. Il cubo del primo (elevo alla terza) +
2. Il cubo del secondo (elevo alla terza) +
3. Il triplo prodotto del quadrato del primo per il secondo +
4. Il triplo prodotto del primo per il quadrato del secondo

Es.

$$(2a + 4b)^3$$

binomio somma

Elevamento al cubo
(alla terza)

$$(2a + 4b)^3 = (2a)^3 + (4b)^3 + 3 \cdot (2a)^2 \cdot 4b + 3 \cdot 2a \cdot (4b)^2$$

Cubo del primo **Cubo del secondo** **Triplo prodotto del quadrato del primo per il secondo** **Triplo prodotto del primo per il quadrato del secondo**

QUINDI

$$(2a + 4b)^3 = 8a^3 + 64b^3 + 48a^2b + 96ab^2$$

Es.

$(2a - 4b)^3$

↑
binomio differenza

↙
Elevamento al
cubo
(alla terza)

$$(2a - 4b)^3 = (2a)^3 + (-4b)^3 + 3 \cdot (2a)^2 \cdot (-4b) + 3 \cdot 2a \cdot (-4b)^2$$

↑ ↑ ↑ ↑

Cubo del primo Cubo del secondo Triplo prodotto del quadrato del primo per il secondo Triplo prodotto del primo per il quadrato del secondo

QUINDI

$$(2a - 4b)^3 = 8a^3 - 64b^3 - 48a^2b + 96ab^2$$