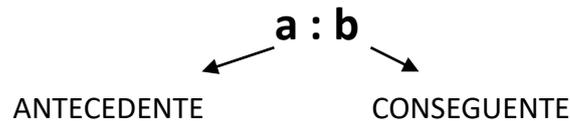


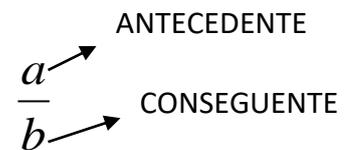
# RAPPORTI E PROPORZIONI

## I RAPPORTI

- Si dice rapporto tra due numeri  $a$  e  $b$ , il valore del quoziente



o il numero che si ottiene dalla frazione  $\frac{a}{b}$



- I numeri  $a$  e  $b$  si dicono termini del rapporto.
- Il primo termine  $a$  si dice **ANTECEDENTE** (numeratore).
- Il secondo termine  $b$  si dice **CONSEQUENTE** (denominatore).

## CLASSIFICAZIONE

I rapporti possono essere:

- **OMOGENEI**: se i due termini hanno la stessa unità di misura;

**ES:** Prendiamo un rettangolo con la base( $b$ ) di 12cm e l'altezza( $h$ ) di 4cm.

L'Area si trova facendo  $b \times h = 12 \times 4 = 48\text{cm}^2$ .

Utilizzando la formula inversa avremo  $b = \frac{A}{h} = \frac{48\text{cm}^2}{4\text{cm}} = 12\text{cm}$

Abbiamo dunque diviso 48 e 12 e lasciato come unità di misura il **cm** perché era l'unità di misura di entrambi.

- **NON OMOGENEI**: se i due termini non hanno la stessa unità di misura;

**ES:** Lo spazio (Km = Chilometro) e il tempo (h = Ora) hanno unità di misura diverse per cui se in 2h faccio 100Km il rapporto sarà:

$$\frac{100\text{Km}}{2\text{h}} = 50 \frac{\text{Km}}{\text{h}} = 50\text{Km/h} = \text{Cinquanta chilometri all'ora (nuova unità di misura).}$$

Quindi: **-Velocità** =  $\frac{\text{Spazio}}{\text{Tempo}} = \frac{\text{Km}}{\text{h}} = \text{Km/h}$

**-Pressione** =  $\frac{\text{Forza}}{\text{Area}} = \frac{\text{Newton}}{\text{m}^2} = \text{N/m}^2 = \text{Pascal}$

**-Potenza** = Newton x Metri = N x m = Watt

## PROPRIETÀ INVARIANTIVA

Se moltiplico o divido i termini di un rapporto per uno stesso numero ( $\neq 0$ ), ottengo un rapporto uguale a quello dato.

**ES:**  $\frac{4}{6} = \frac{4 \times 3}{6 \times 3} = \frac{12}{18}$   $\frac{4}{6} = \frac{4:2}{6:2} = \frac{2}{3}$

**NB:** Due oggetti che non possono essere messi in rapporto si dicono

**incommensurabili.**

# LE PROPORZIONI

Si dice proporzione una uguaglianza di due rapporti.

$$\text{ES: } 3 : 6 = 2 : 4$$

E si legge così:

“3 sta a 6 come 2 sta a 4”

**Considero la seguente proporzione:**

$$a : b = c : d$$

- ✓ a, b, c, d si dicono **TERMINI** della proporzione.
- ✓ a, c si dicono **ANTECEDENTI**
- ✓ b, d si dicono **CONSEQUENTI**
- ✓ a, d si dicono **ESTREMI**
- ✓ b, c si dicono **MEDI**

## **PROPORZIONI CONTINUE**

Una proporzione è continua se i medi sono uguali.

$$\text{ES: } 5 : 10 = 10 : 20$$

In generale:

$$a : b = b : c$$

→ b si dice **MEDIO PROPORZIONALE**

→ c si dice **TERZO PROPORZIONALE.**

## PROPRIETÀ FONDAMENTALE

In ogni proporzione il prodotto dei medi è uguale al prodotto degli estremi.

$$a : b = c : d$$

$$b \times c = a \times d$$

$$\text{PRODOTTO MEDI} = \text{PRODOTTO ESTREMI}$$

Per verificare se una proporzione è vera applico questa proprietà.

ES:  $5 : 10 = 35 : 70$

$$10 \times 35 = 5 \times 70?$$

## PROPRIETÀ DELLE PROPORZIONI

### INVERTIRE

Se scambio ogni antecedente (sono 2) con il suo conseguente (sono 2), ottengo una nuova proporzione.

$$2 : 3 = 4 : 6$$

$$3 : 2 = 6 : 4$$

Come possiamo vedere anche **INVERTENDO** antecedenti e conseguenti ottengo comunque una proporzione vera  
 $\rightarrow 2 : 3 = 4 : 6 \rightarrow 0,666... = 0,666...$   
 $\rightarrow 3 : 2 = 6 : 4 \rightarrow 1,5 = 1,5$

$$X : 7 = 28 : X \rightarrow \text{Non è continua}$$

$$7 : X = X : 28 \rightarrow \text{Ora è continua}$$

$$X^2 = 7 \cdot 28$$

$$X = \sqrt{7 \cdot 28} = \sqrt{7 \cdot 7 \cdot 4} = \sqrt{7^2} \cdot \sqrt{4} = 7 \cdot 2 = 14$$

## PERMUTARE

Se scambio (cambio) tra loro i medi (o gli estremi), ottengo una nuova proporzione.

$$2 : 3 = 4 : 6$$

$$2 : 4 = 3 : 6$$

Come possiamo vedere anche **PERMUTANDO** i medi ottengo comunque una proporzione vera  
 $\rightarrow 2 : 3 = 4 : 6 \rightarrow 0,666... = 0,666...$   
 $\rightarrow 2 : 4 = 3 : 6 \rightarrow 0,5 = 0,5$

$$2 : 3 = 4 : 6$$

$$6 : 3 = 4 : 2$$

Come possiamo vedere anche **PERMUTANDO** gli estremi ottengo comunque una proporzione vera  
 $\rightarrow 2 : 3 = 4 : 6 \rightarrow 0,666... = 0,666...$   
 $\rightarrow 6 : 3 = 4 : 2 \rightarrow 2 = 2$

## COMPORRE

La somma del primo e del secondo termine sta al primo (o al secondo) come la somma del terzo e del quarto sta al terzo (o al quarto).

$$2 : 3 = 4 : 6 \quad \text{applico proprietà del comporre (al 1° e al 3°)}$$

$$(2+3) : 2 = (4+6) : 4$$

$$5 : 2 = 10 : 4$$

$$2 : 3 = 4 : 6 \quad \text{applico proprietà del comporre (al 2° e al 4°)}$$

$$(2+3) : 3 = (4+6) : 6$$

$$5 : 3 = 10 : 6$$

## SCOMPORRE

La differenza del primo e del secondo termine sta al primo (o al secondo) come la differenza del terzo e del quarto sta al terzo (o al quarto).

$3 : 2 = 6 : 4$  applico proprietà dello scomporre (al 1° e al 3°)

$$(3-2) : 3 = (6-4) : 6$$

$$1 : 3 = 2 : 6$$

$3 : 2 = 6 : 4$  applico proprietà dello scomporre (al 2° e al 4°)

$$(3-2) : 2 = (6-4) : 4$$

$$1 : 2 = 2 : 4$$

## RICERCA TERMINE INCOGNITO

Quando uno dei quattro termini di una proporzione è incognito, applico la proprietà fondamentale.

### REGOLA 1:

Un medio incognito è uguale al prodotto degli estremi diviso l'altro medio

$$2 : 3 = X : 6 \rightarrow (2 \cdot 6) : 3 \rightarrow 12 : 3 = 4$$

### REGOLA 2:

Un estremo incognito è uguale al prodotto dei medi diviso l'altro estremo

$$7 : 21 = 2 : X \rightarrow (21 \cdot 2) : 7 \rightarrow 42 : 7 = 6$$

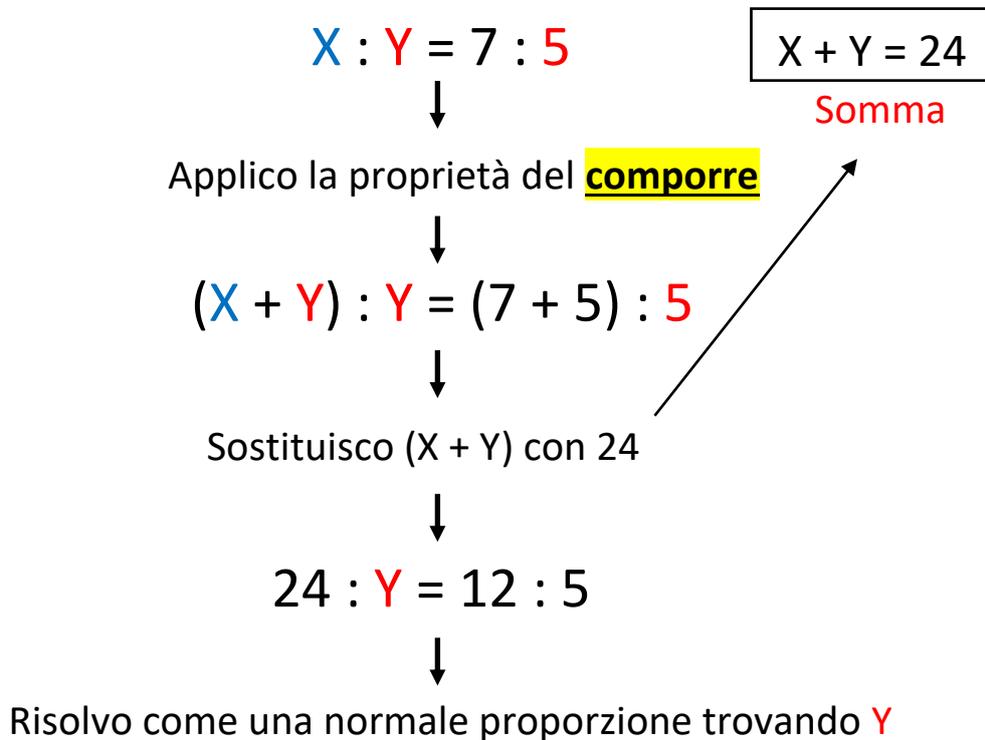
### REGOLA 3:

In una proporzione continua, il medio incognito è la radice del prodotto degli estremi.

$$4 : X = X : 25 \rightarrow \sqrt{4 \cdot 25} \rightarrow \sqrt{100} = 10$$

## TROVARE INCOGNITE IN ESERCIZI PARTICOLARI

**Somma - Comporre:** Per risolvere una proporzione che presenta 2 incognite ho bisogno di 2 cose, la proporzione e la somma (o la differenza) di  $X$  e  $Y$ .



$$Y = \frac{24 \cdot 5}{12} = 10 \longrightarrow \text{Dunque } Y = 10$$

PER CALCOLARE LA  $X$  POSSO USARE DUE METODI DIVERSI

↓

**1° Metodo**  $X = 24 - 10$   
 $X = 14$

↓

**2° Metodo**  $X : 10 = 7 : 5$

$$X = \frac{10 \cdot 7}{5} = 14 \longrightarrow \text{Dunque } X = 10$$

**Differenza - Scomporre:** Per risolvere una proporzione che presenta 2 incognite ho bisogno di 2 cose, la proporzione e la somma (o la differenza) di  $X$  e  $Y$ .

$$X : Y = 5 : 2$$



Applico la proprietà dello **scomporre**

$$(X - Y) : Y = (5 + 2) : 2$$



Sostituisco  $(X - Y)$  con 21



$$21 : Y = 3 : 2$$



Risolvo come una normale proporzione trovando  $Y$

$$Y = \frac{21 \cdot 2}{3} = 14 \longrightarrow \text{Dunque } Y = 14$$

$X - Y = 21$

  
 Sottrazione



PER CALCOLARE LA  $X$  POSSO USARE DUE METODI DIVERSI



**1° Metodo**

$$X = 21 + 14$$

$$X = 35$$



**2° Metodo**

$$X : 14 = 5 : 2$$

$$X = \frac{14 \cdot 5}{2} = 35 \longrightarrow \text{Dunque } X = 35$$

## ALTRI ESERCIZI PARTICOLARI

### ESEMPIO1

$$(7 - X) : X = 2 : 12$$



Applico la proprietà del **comporre**



$$(7 - \cancel{X} + \cancel{X}) : X = (2 + 12) : 12$$



Applicando il **comporre** tolgo la  $X$   
perchè  $-X$  e  $+X$  si annullano



$$7 : X = 14 : 12$$

$$X = \frac{7 \cdot 12}{14} = 6 \quad \longrightarrow \quad \text{Dunque } X = 6$$

**QUINDI**  $\longrightarrow$   $1 : 6 = 2 : 12$

---

### ESEMPIO2

$$(8 + X) : X = 20 : 4$$



Applico la proprietà dello **Scomporre**



$$(8 + \cancel{X} - \cancel{X}) : X = (20 - 4) : 4$$



$$8 : X = 16 : 4$$

$$X = \frac{8 \cdot 4}{16} = 2 \quad \longrightarrow \quad \text{Dunque } X = 2$$

**QUINDI**  $\longrightarrow$   $10 : 2 = 20 : 4$

**E ANCORA...**

$$X : 6 = (12 - X) : 3$$

↓

Applico la proprietà del **permutare gli estremi**

↓

$$3 : 6 = (12 - X) : X$$

↓

Applico la proprietà del **comporre**

↓

$$(3 + 6) : 6 = (12 - \cancel{X} + \cancel{X}) : X$$

↓

$$9 : 6 = 12 : X$$

$$X = \frac{\overset{2}{\cancel{6}} \cdot \overset{4}{12}}{\cancel{9} \underset{1}{}} = 8 \longrightarrow \text{Dunque } X = 8$$

**QUINDI**  $\longrightarrow$   $8 : 6 = 4 : 3$

## SEQUENZA DI RAPPORTI

Una sequenza di rapporti è fatta così:

$$\begin{array}{ccccccc} & & \text{Cons.} & & \text{Cons.} & & \text{Cons.} \\ & & \uparrow & & \uparrow & & \uparrow \\ 3 & : & 4 & = & 6 & : & 8 = 9 : 12 \\ \downarrow & & & & \downarrow & & \downarrow \\ \text{Antec.} & & & & \text{Antec.} & & \text{Antec.} \end{array}$$

### PROPRIETÀ

In una sequenza di rapporti uguali, la SOMMA degli ANTECEDENTI **sta** alla SOMMA dei CONSEQUENTI **come** ogni ANTECEDENTE **sta** al proprio CONSEQUENTE.

**ES:**  $(3 + 6 + 9) : (4 + 8 + 12) = 3 : 4$

$18 : 24 = 3 : 4$

## LA PERCENTUALE

Una percentuale è una frazione.

$$\text{ES: } 5\% = \frac{5}{100} = \frac{1}{20}$$

Una percentuale è un rapporto.

$$\text{ES: } 5\% = 5 : 100$$

**PROBLEMA:** la classe I B è composta da 28 alunni; il 25% sono maschi; quanti sono i maschi? e quante le femmine?

### DATI

28 = TOTALE

25 = TASSO PERCENTUALE

x = N° MASCHI = PARTE PERCENTUALE = ?

**Scrivo la seguente proporzione:**

$$\text{TASSO PERC. : 100 = PARTE PERC. : TOTALE}$$

$$25 : 100 = x : 28$$

### RISOLVO

$$x = \frac{25 \cdot 28}{100} = \frac{28}{4} = 7$$

I maschi sono 7 mentre le femmine sono  $28 - 7 = 21$